



# ＜実務で使える＞ 因子分析の基礎 と留意点

～数式を使わずに解説～

松尾 太加志(北九州市立大学)

2020/11/20 10:30～16:30

1



全体  
概要

## 内容

1. 因子分析とは？  
潜在共通因子, 因子負荷量
2. 因子分析を行う  
因子抽出法, 因子数, 回転,
3. 因子分析を深く理解する  
結果の詳細, 因子の解釈, 変数の取捨選択
4. 因子分析の結果をどう使うか？  
尺度得点, 因子得点
5. 他の分析との違い  
主成分分析, 共分散構造分析との違い
6. 因子分析を過信しない

2



# 1.1 潜在共通因子とは？

因子分析とは？

- 共通の潜在因子を探る
- 直接観測できないものを調べる

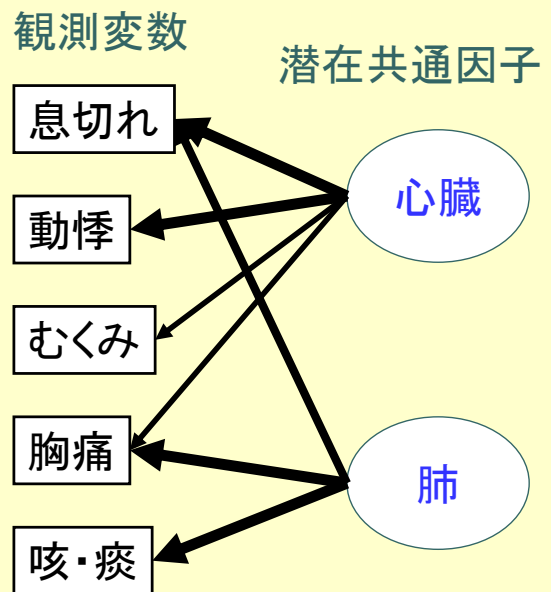


図1



# 5教科の成績の相関係数

因子分析とは？

	国語	社会	英語	数学	理科
国語	1				
社会	.327	1			
英語	.452	.304	1		
数学	.352	.137	.436	1	
理科	.285	.157	.364	.499	1

架空のデータ

表1

# 潜在的に共通の因子がある

因子分析とは？

	国語	社会	英語	数学	理科
国語	1				
社会	.327	1			
英語	.452	.304	1		
数学	.352	.137	.436	1	
理科	.285	.157	.364	.499	1

観測変数 共通因子

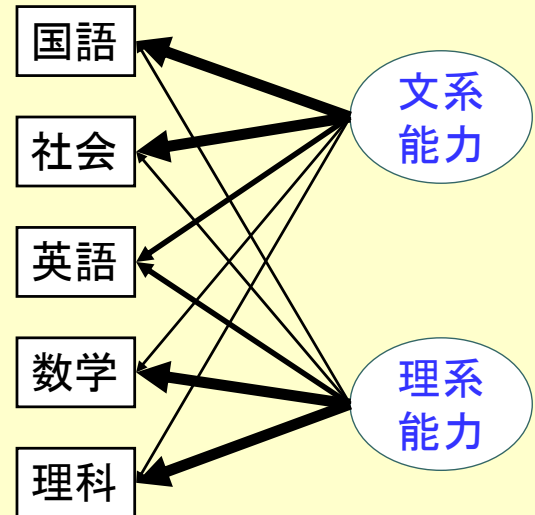


図2

## 1.2 因子負荷量とは何か？

因子分析とは？

- 観測変数の共通因子からの影響の強さ

	因子1 理系能力 因子	因子2 文系能力 因子
国語	.294	.598
社会	.065	.512
英語	.422	.546
数学	.827	.169
理科	.557	.223

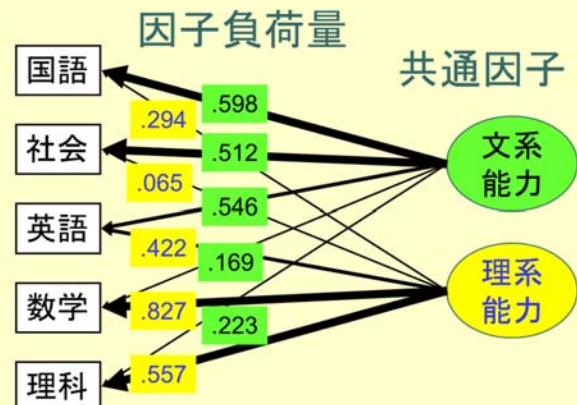


図3



# 因子分析を行う

因子分析とは？

## ○ 5教科の成績

No.	国語	社会	英語	数学	理科
1	3	3	4	5	5
2	4	3	4	4	4
3	5	3	5	5	5
4	4	1	4	5	5
5	4	3	4	4	5
6	3	1	4	5	5
7	5	5	5	4	5
8	4	5	4	5	5
9	4	3	4	4	4
10	5	5	5	5	5
11	4	3	4	5	5

7

#データを読み込み, head, cor, fa p.76 実行例17



# 共通因子からの影響の程度を計算してくれる

因子分析とは？

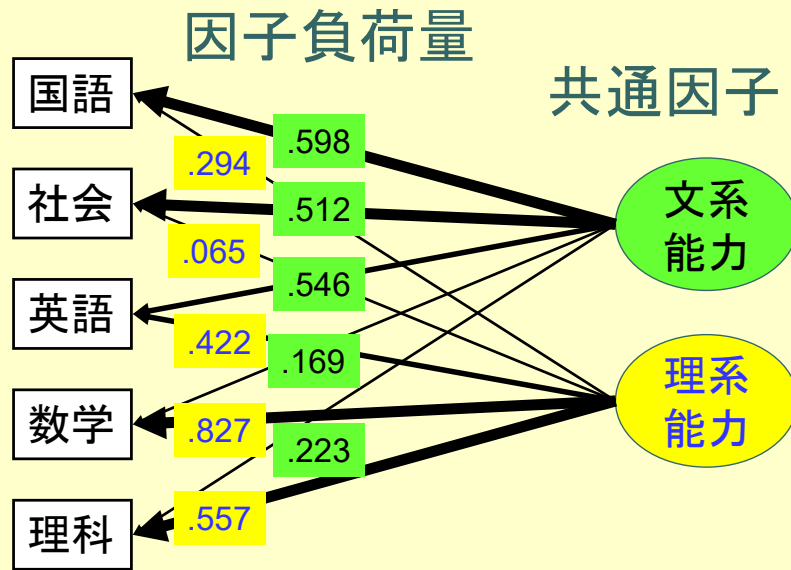
## ○ この値を見て, 因子の名称を考える

	因子1	因子2
国語	.294	.598
社会	.065	.512
英語	.422	.546
数学	.827	.169
理科	.557	.223

8

# 影響の程度を計算するのが因子分析

因子分析とは？



9

図3

fa.diagram

# 因子分析のイメージ

因子分析とは？

	変数1	変数2	変数3	変数4	変数5	変数6	変数7	...
Case1	2	2	3	6	8	5	5	
Case2	7	7	2	9	1	6	4	
Case3	2	2	6	4	7	1	4	
Case4	3	6	5	7	4	5	3	
Case5	5	7	1	6	4	3	2	
Case6	2	6	4	4	5	9	4	
Case7	5	4	7	9	8	4	7	
Case8	6	3	7	7	6	7	7	
Case9	2	6	8	9	2	9	4	
Case10	2	3	6	3	8	5	4	
...								



	因子1	因子2	因子3
変数1	<b>0.83</b>	0.11	0.22
変数2	<b>0.63</b>	0.24	0.34
変数3	<b>0.55</b>	0.26	0.27
変数4	0.07	<b>0.76</b>	-0.02
変数5	0.18	<b>0.62</b>	-0.03
変数6	0.25	-0.05	<b>0.73</b>
変数7	0.20	0.02	<b>0.55</b>
...			

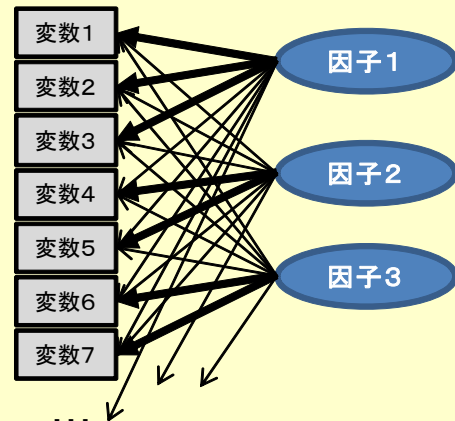


図4

10



因子分  
析とは？

## 1.3 どのようなときに使うか？

- どのような共通因子があるのかわからない場合
  - 病気の原因
  - 顧客データ
- 共通因子を間接的に測定したい場合
  - 能力
  - 特性, 好み, 考え(質問紙)

見えない共通因子を知りたい場合

11



因子分  
析とは？

## 1.4 因子分析に必要な知識は？

- ツールとしての因子分析の使い方
  - 基本的な考え方
  - 分析のやり方のスキル
- 因子分析を行いたい対象についての専門的知識
  - 因子の名称は分析者が決める
  - 他の統計分析以上に重要

12

# 因子分析は、答えがひとつではない

因子分析とは？

- 手法の選択によっていろいろな答えが出る.
- どの答えが適切なのかは結果の解釈に依存.
- 他の統計分析よりも結果の解釈の重要度がかなり高い.
- 結果の解釈によって分析手法を考慮したり, 逆に, 分析手法をうまく選択することによって結果の解釈がやりやすくなったりする.
- ツールの適切な利用と結果の解釈は車の両輪.

13

## 2.1 フリー統計ソフトRを使う

因子分析を行う

- 代表的な市販の統計ソフト
  - SPSS
  - SAS, JMP
- 比較的安価な市販の統計ソフト
  - エクセル統計など
- フリーソフト
  - R フリーソフトの事実上のスタンダード
    - このセミナーではRを利用

14



# Rはヒストリ機能が秀逸

因子分析を行う

- R はコマンドベース
  - 使いにくい？
- 因子分析は
  - 試行錯誤に同じような分析を繰り返す
  - コマンドベースであることが有利
- ヒストリ機能
  - 一度入力したコマンドを入力せずに、必要なところを書き換えるだけ



# R:書籍やWebの情報が参考

因子分析を行う



## 松尾太加志研究室Webサイト

Home	担当授業科目	ゼミ紹介(学部)	卒業Q&A	授業評価	試験問題	大学院	研究活動
社会的活動	推薦図書	経歴	リンク集	ProQuest	スマホで実験		
卒業単位チェックシステム	「コミュニケーションの心理学」	「誰も教えてくれなかった因子分析」					「発想支援の心理学」
「認知と思考の心理学」	「ライフラリ心理学を学ぶ」						「臨床事例で学ぶコミュニケーションエラーの“心理学的”対処法」

### リンク集

menu MOVE (ON/OFF)

- [心理学関係ジャーナルデータベース](#)
- [心理尺度データベース](#)
- [心理学関係](#)
- [統計関係](#)
- [統計フリーソフトR](#)
- [Python](#)
- [プログラミング](#)
- [Webサイト制作](#)
- [Tex](#)
- [各種フリーソフト](#)
- [各種製品](#)
- [交通関係](#)
- [気象・防災関係](#)
- [料理関係](#)
- [茶道関係](#)
- [音楽関係](#)

### プロフィール

松尾 太加志  
北九州市立大学文学部 人間関係学科  
matsuo@kitakyu-u.ac.jp

### 統計フリーソフトR

<b>R、R言語、R環境</b> . . . . . ( <a href="http://www1.doshisha.ac.jp/~mjmin/R/">http://www1.doshisha.ac.jp/~mjmin/R/</a> )	金明哲先生のRに関するサイトです。月刊専門誌「ESTRELA」に連載した原稿まで掲載されており、Rを一通り学ぶのにも適しています。
<b>無料統計ソフトRで心理学</b> ( <a href="http://blue.zero.jp/yokumura/R.html">http://blue.zero.jp/yokumura/R.html</a> )	奥村泰之さんのページです。表題通り、Rに関する情報が満載です。
<b>RjpWiki</b> ( <a href="http://www.okadajp.org/RWiki/?RjpWiki">http://www.okadajp.org/RWiki/?RjpWiki</a> )	Rに関する情報交換を目的としたWikiです。
<b>CRAN (Comprehensive R Archive Network)</b> ( <a href="https://cran.r-project.org/">https://cran.r-project.org/</a> )	R本体や各種パッケージをダウンロードするためのWebサイトです。
<b>Rでデータ解析を始めよう</b> ( <a href="https://momonoki2017.blogspot.com/search/label/R言語">https://momonoki2017.blogspot.com/search/label/R言語</a> )	モノノキ&ナノネの会誌形式で、いろいろなデータ解析をRで行う場合のやり方を丁寧に教えてくれます。このサイトでJupyterを使った機械学習なども紹介しており、とても参考になります。
<b>Rのパッケージpsychのリファレンスマニュアル</b> ( <a href="https://cran.r-project.org/web/packages/psych/psych.pdf">https://cran.r-project.org/web/packages/psych/psych.pdf</a> )	心理学でよく使う統計分析のRのパッケージpsych (Procedures for Psychological, Psychometric, and Personality Research)のリファレンスマニュアルです。
<b>統計解析フリーソフト R の備忘録</b> ( <a href="http://cse.naro.affrc.go.jp/takezawa/r-tips/r.html">http://cse.naro.affrc.go.jp/takezawa/r-tips/r.html</a> )	Rでやりたいことをどうすればよいかwebで確認するのに最適で、RのTipsです。書籍版もあるようです。
<b>ANOVA君</b> ( <a href="http://riseki.php.xdomain.jp/index.php?ANOVA君">http://riseki.php.xdomain.jp/index.php?ANOVA君</a> )	Rで分散分析を行うために大正大学の井間先生が作られた開放です。Rで分散分析を行うにはとても便利です。



因子分  
析を行う

## 2.2 データの適切性

- データの数
  - 300くらいあれば十分
  - 変数の数の5倍程度
- バートレットの検定
  - 変数間に相関があるか？
  - データ数が多いため，検定上，相関ありとなりやすい。

17

#バートレット検定を実施 p.7 実行例1



因子分  
析を行う

## Kaiser-Meyer-Olkinの標本基準

- 偏相関係数が相関係数に比べてどの程度小さいか
  - 偏相関が小さいほどよい。
  - MSA指標(0~1)が大きいほどよい。

MSA 値	判断
0.9~	素晴らしい
0.8~	適切である
0.7~	普通
0.6~	普通以下
0.5~	適切でない
~0.5	容認できない

18

#KMOを5教科で

表3



因子分  
析を行う

## MSAの見方

- MSAが小さくても
  - 変数に比して因子が多いと→MSA小
- MSAが高くてても
  - 因子数を適切に設定すべき
- 変数ごとのMSAも活用
  - MSAが極端に小さい変数は削除

19

#KMOをkmotest.csvで



因子分  
析を行う

## 分布に偏りのないデータを

- 必ずしも正規分布である必要はない
- 観測変数の値にある程度のばらつきが必要
  - フロア効果は生じていないか？
  - 天井効果は生じていないか？
  - 特定の値に偏っていないか？

20



## 2.3 因子分析の流れ

因子分析を行う

### ○ 全体の流れ

自分のデータでうまく解釈できるまで試行錯誤

ソフトで設定

- ①データの取捨選択
- ②因子の抽出法
- ③因子数の決定
- ④軸の回転



計算実行

因子の解釈

21

図5



## Rでの指定 関数faを利用

因子分析を行う

データフレーム

因子数

抽出法:最尤法

```
> fa(data1, nfactors=3, fm="ml", rotate="promax")
```

回転:プロマックス

Factor Analysis using method = ml

Call: fa(r = data1, nfactors = 3, rotate = "promax", fm = "ml")

...

22

#5教科でfa



## 2.4 因子を抽出する

因子分析を行う

- 因子抽出法
  - どれを選んでも大きな違いはない
  - 使いやすいものを使う
- 最尤法 ←一般的に推奨
  - 正規分布を仮定
  - 分布に偏りがある場合は避ける
  - データ数がある程度必要
- 最小二乗法や主因子法などでもよい

23



## 代表的な抽出法

因子分析を行う

表4

抽出法	Rでの指定	特徴
最尤法	ml	データの正規性を仮定している。 データ数がある程度必要。 共通性が1を超える可能性がある。
重みづけのない最小二乗法	uls, minres (デフォルト)	データが少なくても可。 項目間の共通性の違いに重みづけがなされない。
一般化された最小二乗法	gls	項目間の共通性の違いで重みづけをする。
主因子法	pa	理論的には重みづけのない最小二乗法と同じ。

24

#5教科で、すべての抽出法を



## 2.5 因子数の決め方

因子分析を行う

- 因子の数
  - 因子分析において結果を大きく左右する
- 明確な基準はない
  - いろいろな基準が提案されている
- 3つの考え方
  - 固有値で決める
  - 統計的な基準
  - 解釈可能性
- 「解釈可能性」を優先
  - 数値の基準は目安でよい

25



## 因子数の決め方の主なもの

因子分析を行う

表5

基準等	特徴
固有値で決める	
固有値の下限	固有値がある値以上の因子を採用する。 PC 固有値 <sup>1)</sup> > 1, FA 固有値 <sup>2)</sup> > 0, FA 固有値 > 固有値の平均
スクリーテスト 平行分析	スクリープロット上で大きな変化点のところまでの因子数とする。 乱数による相関行列をもとに算出した固有値より、 実際のデータの固有値が上回ったところの因子数を採用。
統計的な基準	
MAP	因子の影響を受けない偏相関係数の平均が最も小さくなるときの因子数を採用する。
$\chi^2$ 適合度	適合度の検定を行い、棄却されなかった場合の因子数が適切だと判断する。
情報量基準	AIC や BIC などの情報量の数値が相対的に小さいところで因子数を決める。
寄与率	寄与率が小さい因子は因子として採用しない。
解釈可能性	因子の解釈が可能かどうかで因子数を決める。 上記の基準は目安として、最終的には、この解釈可能性によって判断する。

注1) PC 固有値：相関係数行列をもとに算出する。通常、固有値と言えばこちらを指す。

注2) FA 固有値：相関係数行列の対角位置を重相関係数の2乗値に置き換えて算出する。

26

# 具体例（授業アンケート）

因子分析を行う

- |                   |   |        |
|-------------------|---|--------|
| 1. 将来役に立つ         | } | 有用性因子？ |
| 2. 知識が増えた         |   |        |
| 3. 他の授業に活かせる      |   |        |
| 4. 興味深かった         | } | 興味因子？  |
| 5. もっと知りたいと思った    |   |        |
| 6. 面白かった          |   |        |
| 7. 説明がわかりやすかった    | } | 理解因子？  |
| 8. 試験でいい点がとれそう    |   |        |
| 9. 自分の理解レベルに合っていた |   |        |

表6

27

p.55の手順でデータの読み込み

# 固有値で決める

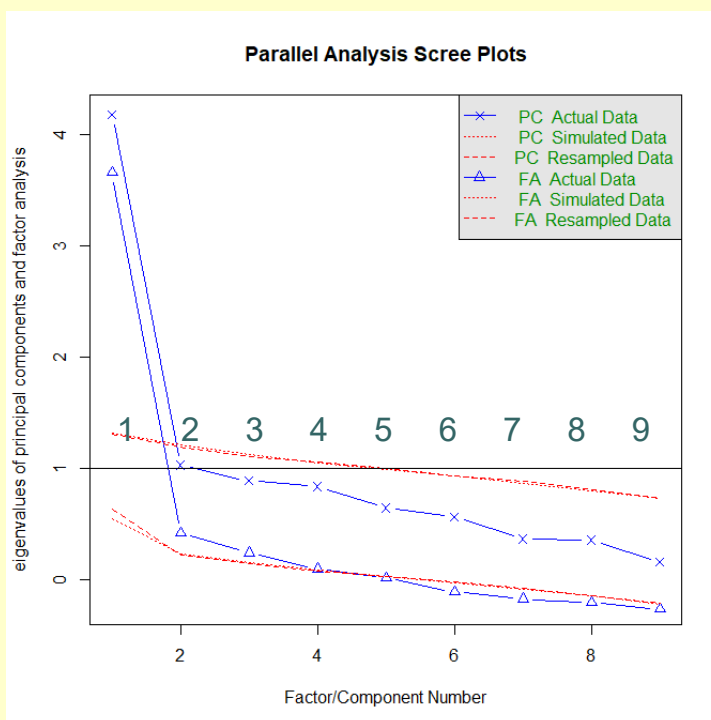
因子分析を行う

- 固有値とは
  - 因子に対する係数のようなもの
  - 変数の数だけ算出
- 値の大きいところからいくつまでにするか？
- 決め方
  - 固有値の下限
  - 大きな変化点
  - 平行分析

図6

28

#fa.parallelの実行

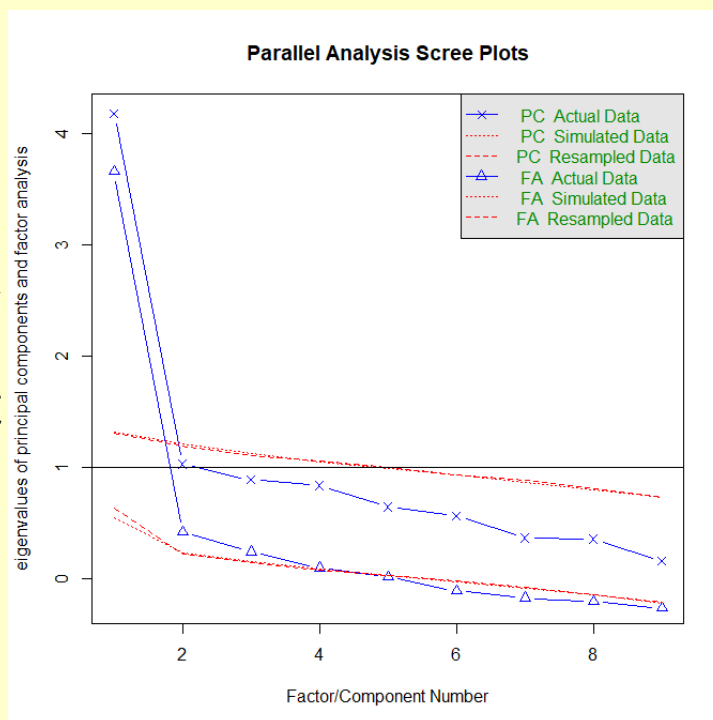


# 固有値は2種類ある

因子分析を行う

相関係数行列を使って計算

- PC固有値
  - 対角位置は1のまま
  - 主成分分析などの場合
- FA固有値
  - 対角位置に重相関を使う
  - 因子分析の場合



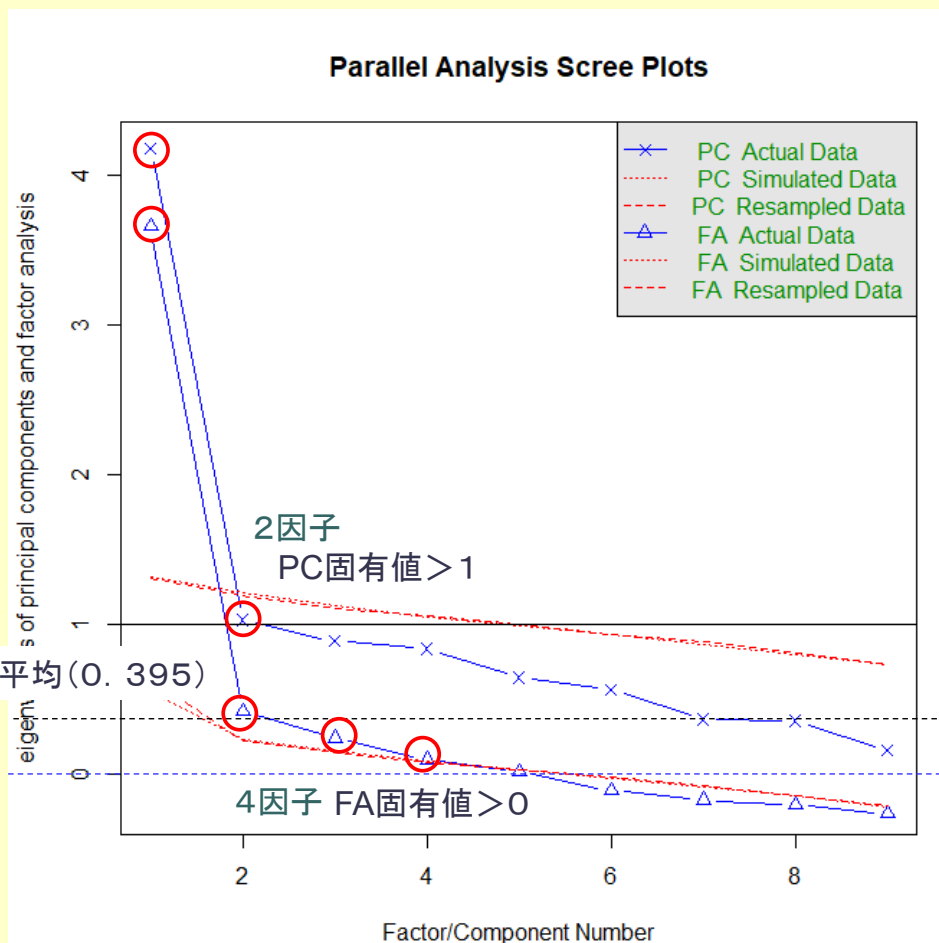
29

因子分析を行う

固有値の下限

2因子  
FA固有値 > 平均 (0.395)

図6



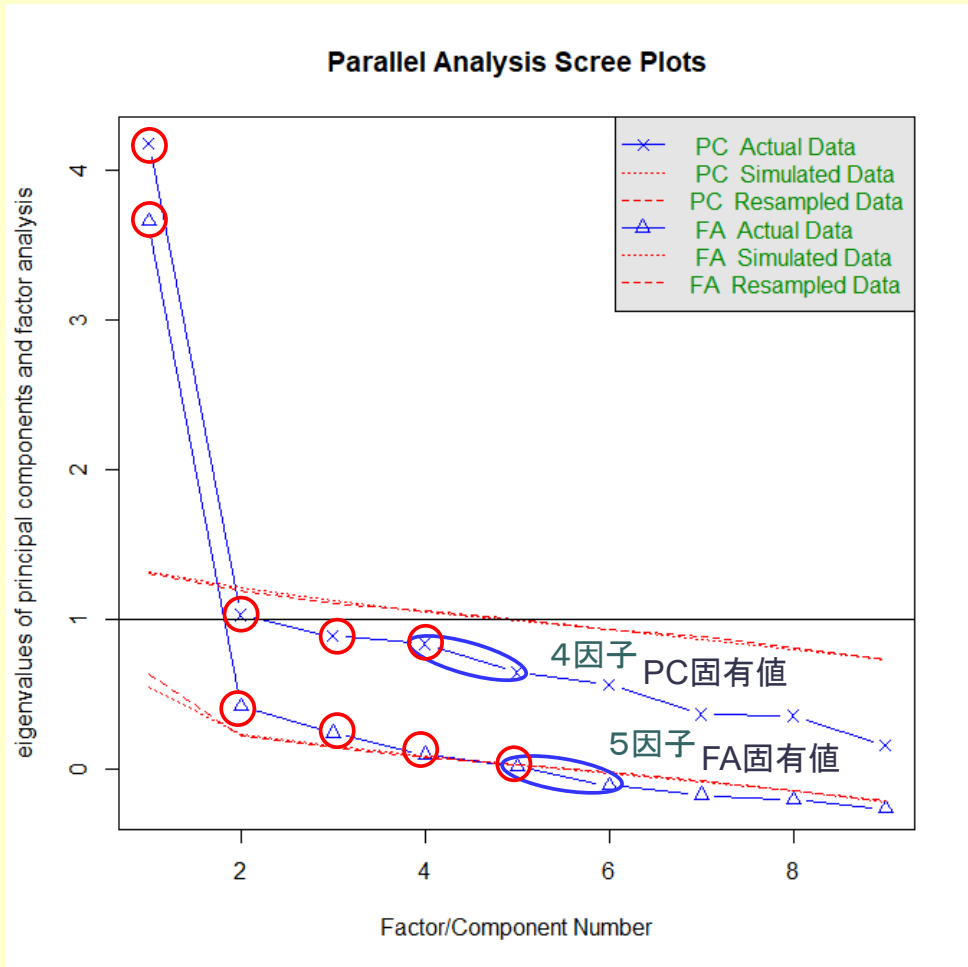
30



因子分析を行う

固有値の大きな変化点

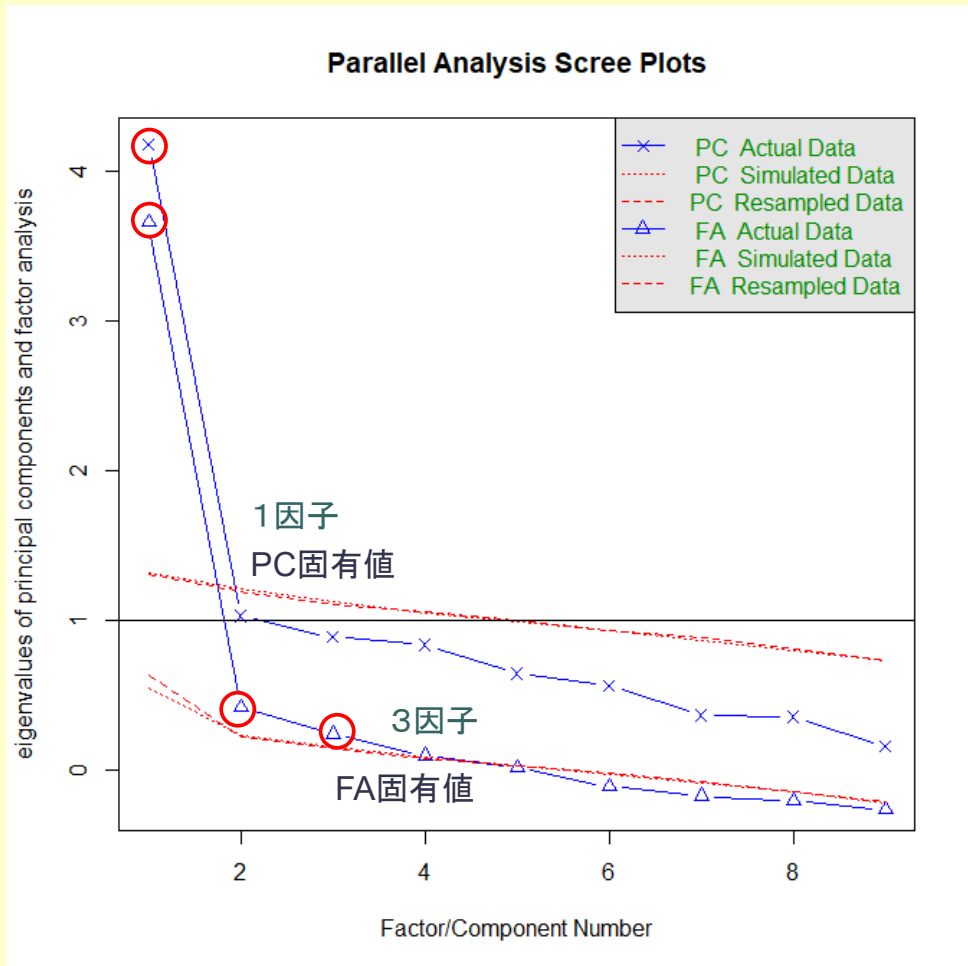
図6



因子分析を行う

平行分析

図6





# 統計的な基準

因子分析を行う

- 因子数を決め分析を行ってみて、因子分析モデルとして適切か？
- MAP
  - MAPが小さいところで採用
- 適合度 ( $\chi^2$ )
  - 適合度の検定をし、棄却されなかったらOK
- 情報量基準
  - AICやBICの最も値が低いところで採用
- 寄与率
  - ある程度の因子寄与がないと因子として採用しない。

33

#VSSを実行



# VSSの実行例

因子分析を行う

Statistics by number of factors

	vss1	vss2	map	dof	chisq	prob	sqresid	fit	RMSEA	BIC	SABIC
1	0.82	0.00	0.044	27	1.8e+02	2.6e-24	3.9	0.82	0.150	28.8	114.4
2	0.59	0.85	0.063	19	6.5e+01	6.4e-07	3.1	0.85	0.099	-40.6	19.7
3	0.48	0.76	0.072	12	1.8e+01	1.2e-01	2.6	0.88	0.046	-48.6	-10.6
4	0.54	0.77	0.118	6	3.2e+00	7.8e-01	1.8	0.92	0.000	-30.1	-11.0
5	0.52	0.69	0.227	1	3.3e-02	8.6e-01	1.3	0.94	0.000	-5.5	-2.3
6	0.47	0.70	0.304	-3	2.7e-07	NA	1.7	0.92	NA	NA	NA
7	0.46	0.66	0.525	-6	4.2e-08	NA	1.7	0.92	NA	NA	NA
8	0.46	0.66	1.000	-8	3.3e-11	NA	1.6	0.92	NA	NA	NA

最大値

最小値

prob > .05

最小値

X<sup>2</sup>値=18. p< .12  
 X<sup>2</sup>値=3.2. p< .78  
 X<sup>2</sup>値=0.33. p< .86

34



# 寄与率

因子分析を行う

- 観測変数を共通因子で説明できる割合
  - 寄与率の小さい因子は採用しない

- 6因子抽出

	MR1	MR2	MR4	MR3	MR6	MR5	
SS loadings	2.043	1.397	0.893	0.835	0.245	0.054	
Proportion Var	0.227	0.155	0.099	0.093	0.027	0.006	寄与率
Cumulative Var	0.227	0.382	0.481	0.574	0.601	0.608	累積寄与率

- 3因子抽出

	MR1	MR2	MR3	
SS loadings	1.939	1.636	1.374	
Proportion Var	0.215	0.182	0.153	寄与率
Cumulative Var	0.215	0.397	0.550	累積寄与率

35

#因子数6, 3でfa実行



# 解釈可能性で決める

因子分析を行う

- 固有値や統計的な基準で決めても、実際には、どのような因子が抽出されたか解釈に困ることがある
- 因子分析の結果(因子負荷)を眺めて、自分の解釈がしやすいように因子の数を決める必要がある
- 抽出法や回転も含めて検討

36



因子分  
析を行う

## 因子数, 実際はどうすべきか ?

- 平行分析やVSS を実行してみる.
- ある数値の基準で推奨される因子数で, 無になって因子を解釈する.
- うまく解釈できなければ, 用いる数値基準を変えてみる.
- 解釈が難しければ, 因子数を増減して, 解釈を試みる.
- 最終的には解釈可能性で決める.

37



因子分  
析を行う

## 2.6 因子軸の回転

何のために回転するのか？

- 初期解では, 一般に第一因子だけ因子負荷量が高い
  - 因子の解釈ができない
- 因子負荷量を各因子に分配していく
  - 因子の解釈が可能
  - 因子に意味をもたせる

38



# 初期解

因子分析を行う

## ○ 初期解

- 第一因子の因子負荷が大きい

表6

#初期解算出

39

質問項目	初期解 (回転なし)	
	因子 1	因子 2
	?	?
1. 将来役に立つ (q1)	.733	.513
2. 知識が増えた (q2)	.606	.151
3. 他の授業に活かせる (q3)	.489	.340
4. 興味深かった (q4)	.823	-.271
5. もっと知りたいと思った (q5)	.776	-.098
6. 面白かった (q6)	.829	-.344
7. 説明が分かりやすかった (q7)	.511	-.074
8. 試験でいい点がとれそう (q8)	.418	-.049
9. 自分の理解レベルに合っていた (q9)	.459	.020



因子分析を行う

## 初期解のプロット図

共通のまとまりが見えてこない

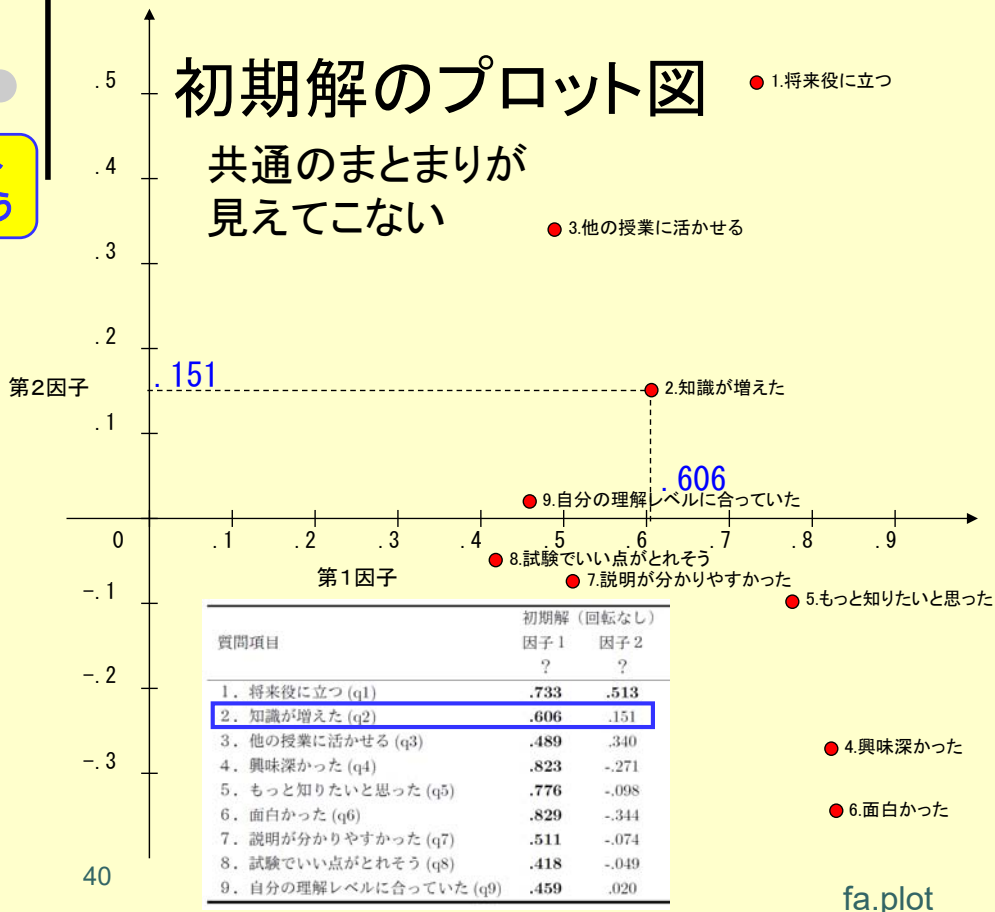


図7

40



# 回転をすると

因子分析を行う

## バリマックス回転を

表6

質問項目	初期解 (回転なし)		バリマックス	
	因子 1	因子 2	因子 1	因子 2
	?	?	?	有用性
1. 将来役に立つ (q1)	.733	.513	.284	.849
2. 知識が増えた (q2)	.606	.151	.397	.482
3. 他の授業に活かせる (q3)	.489	.340	.190	.564
4. 興味深かった (q4)	.823	-.271	.823	.272
5. もっと知りたいと思った (q5)	.776	-.098	.682	.383
6. 面白かった (q6)	.829	-.344	.871	.217
7. 説明が分かりやすかった (q7)	.511	-.074	.455	.244
8. 試験でいい点がとれそう (q8)	.418	-.049	.365	.209
9. 自分の理解レベルに合っていた (q9)	.459	.020	.357	.289

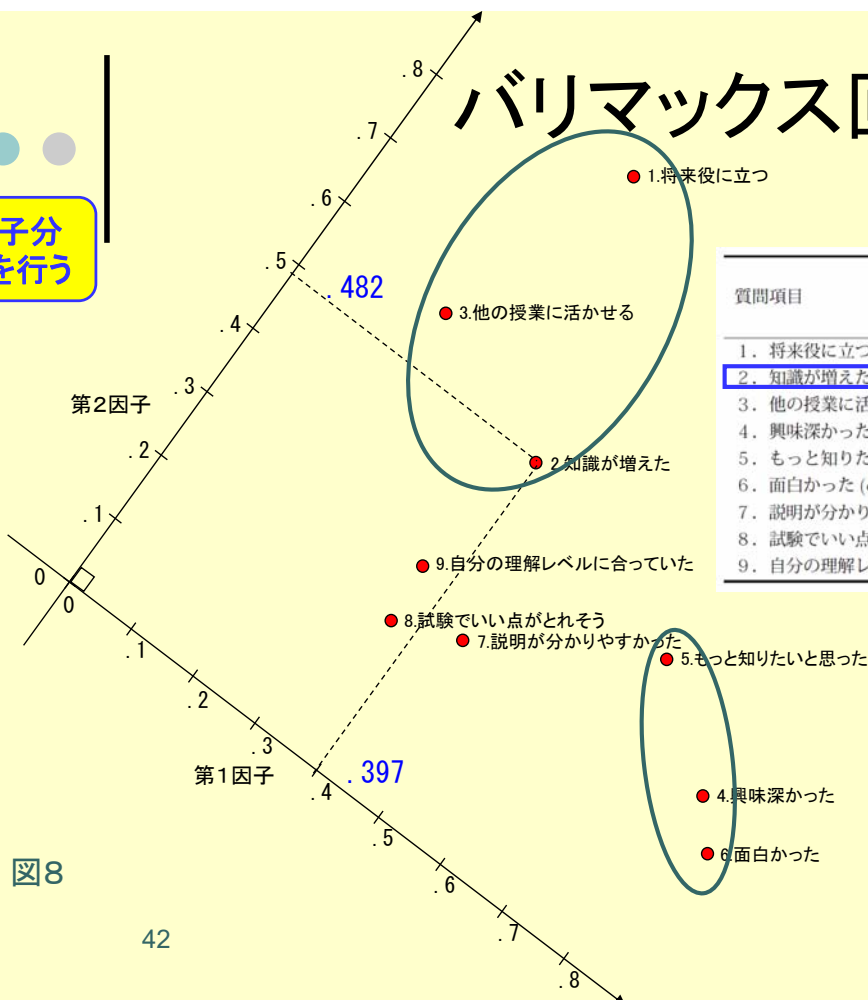
41

#バリマックス解算出



因子分析を行う

# バリマックス回転



質問項目	バリマックス	
	因子 1	因子 2
	?	有用性
1. 将来役に立つ (q1)	.284	.849
2. 知識が増えた (q2)	.397	.482
3. 他の授業に活かせる (q3)	.190	.564
4. 興味深かった (q4)	.823	.272
5. もっと知りたいと思った (q5)	.682	.383
6. 面白かった (q6)	.871	.217
7. 説明が分かりやすかった (q7)	.455	.244
8. 試験でいい点がとれそう (q8)	.365	.209
9. 自分の理解レベルに合っていた (q9)	.357	.289

共通のまとまりが見えてきた

図8

42

fa.plot



# 回転の方法

因子分析を行う

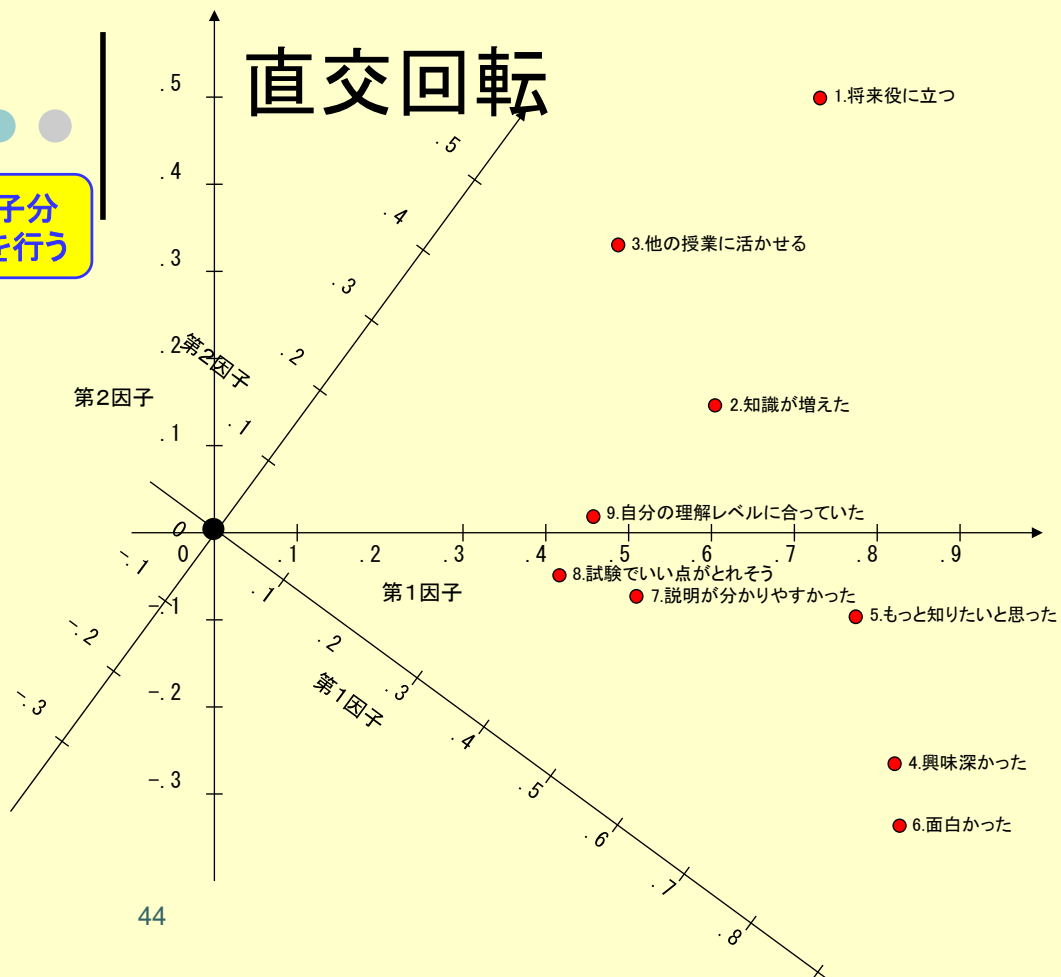
- 直交回転
  - 軸が直角に交わっている
- 斜交回転
  - 軸が直角ではなく斜めに交わるように回転

43



因子分析を行う

## 直交回転



44



# 直交回転の特徴と種類

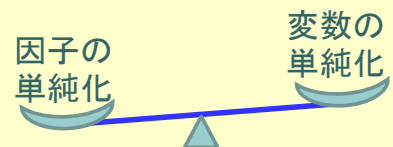
- 直交した位置関係を保ちながら軸を回転
- 軸と軸の関係は独立. 相関がない.
- 代表的なもの
  - クォーティマックス
  - バイクォーティマックス
  - バリマックス **もっともポピュラー**
  - エカマックス
  - パーシマックス
  - 因子パーシモニー
  - ジオミン



# 回転(直交)の種類の違い 単純構造で何を優先させるか

理想的なパターン例

	因子1	因子2	因子3
変数1	999	000	000
変数2	999	000	000
変数3	000	999	000
変数4	000	999	000
変数5	000	000	999
変数6	000	000	999
変数7	000	000	999



現実には、どちらかを優先させないといけない

変数の側から見る

観測変数を説明するための必要な因子数を少なく

	因子1	因子2	因子3	因子4
変数1	999	000	000	000
変数2	000	999	000	000
変数3	000	999	000	000
変数4	000	999	999	000
変数5	999	000	000	000
変数6	999	999	000	000
変数7	999	000	000	999

因子の側から見る

因子ごとに関わりのある観測変数を少なく

	因子1	因子2	因子3	因子4
変数1	999	000	000	000
変数2	000	999	000	000
変数3	000	999	000	000
変数4	000	999	000	000
変数5	999	000	999	999
変数6	999	000	999	999
変数7	000	000	000	999

# 回転(直交)の種類の違い

因子分析を行う

表7

## 直交回転

クォーティマックス	quartimax
バイクォーティマックス	注1
バリマックス	varimax
エカマックス	equamax <sup>2)</sup>
パーシマックス	注1
因子パーシモニー	注1
ジオミン(直交)	geominT

オーソマックス基準のグループに属する。表の下のほうの回転ほど、因子ごとに関わりのある観測変数が少なく、上のほうの回転ほど、観測変数を説明するために必要な因子の数を少なくする。

因子負荷量の幾何平均を最小化。

観測変数を説明するための必要な因子数が少ない

47

	因子1	因子2	因子3	因子4
変数1	999	000	000	000
変数2	000	999	000	000
変数3	000	999	000	000
変数4	000	999	999	000
変数5	999	000	000	000
変数6	999	999	000	000
変数7	999	000	000	999

因子ごとに関わりのある観測変数が少ない

	因子1	因子2	因子3	因子4
変数1	999	000	000	000
変数2	000	999	000	000
変数3	000	999	000	000
変数4	000	999	000	000
変数5	999	000	999	999
変数6	999	000	999	999
変数7	000	000	000	999

# 斜交回転

因子分析を行う

- 軸をそれぞれ別々に回転
- 因子が独立ではなく相関がある

表6

#クォーティミン解算出

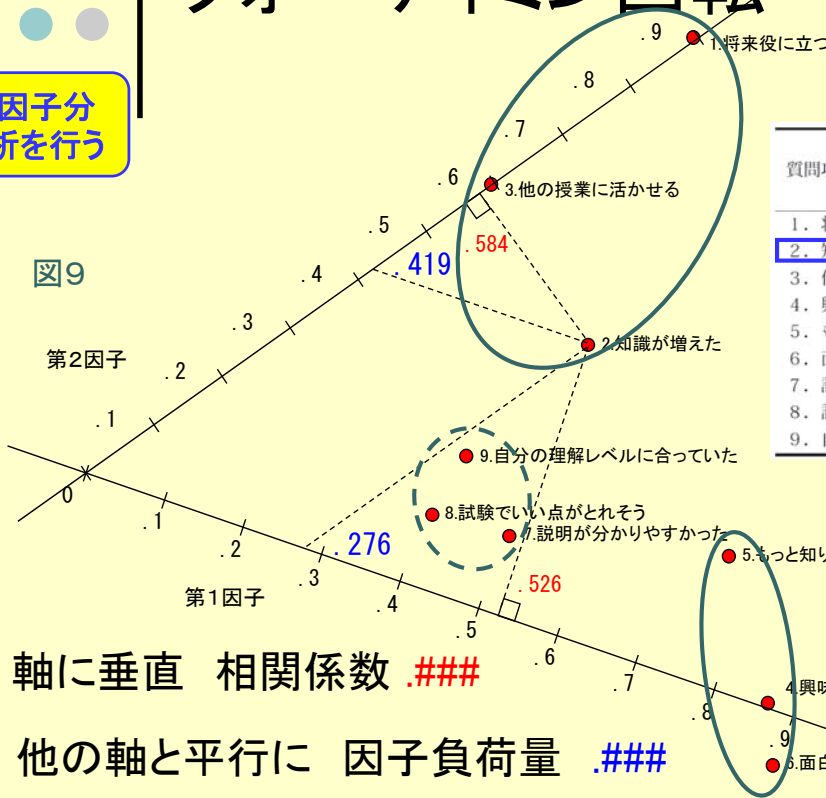
48

質問項目	クォーティミン	
	因子1	因子2
	?	有用性
1. 将来役に立つ (q1)	-.004	.898
2. 知識が増えた (q2)	.276	.419
3. 他の授業に活かせる (q3)	-.001	.596
4. 興味深かった (q4)	.862	.008
5. もっと知りたいと思った (q5)	.651	.194
6. 面白かった (q6)	.940	-.075
7. 説明が分かりやすかった (q7)	.439	.116
8. 試験でいい点がとれそう (q8)	.347	.108
9. 自分の理解レベルに合っていた (q9)	.305	.206

# クォーティミン回転

因子分析を行う

図9



質問項目	クォーティミン	
	因子1	因子2
1. 将来役に立つ (q1)	-.004	.898
2. 知識が増えた (q2)	.276	.419
3. 他の授業に活かせる (q3)	-.001	.596
4. 興味深かった (q4)	.862	.008
5. もっと知りたいと思った (q5)	.651	.194
6. 面白かった (q6)	.940	-.075
7. 説明が分かりやすかった (q7)	.439	.116
8. 試験でいい点がとれそう (q8)	.347	.108
9. 自分の理解レベルに合っていた (q9)	.305	.206

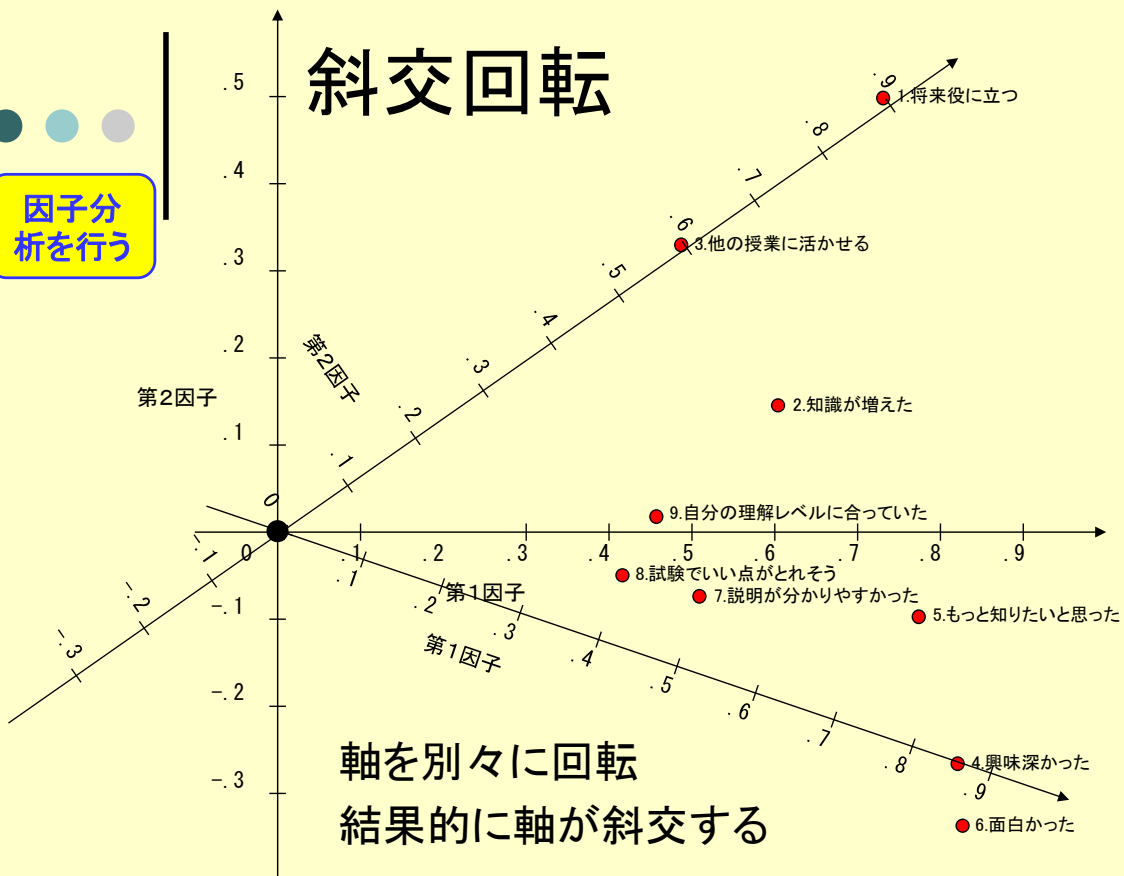
軸に垂直 相関係数 .###

他の軸と平行に 因子負荷量 .###

共通のまとまりがより明確に

# 斜交回転

因子分析を行う



軸を別々に回転  
結果的に軸が斜交する



# ・斜交回転の特徴と種類

因子分析を行う

- 斜交を許して回転
- 因子間に相関がある.
- 代表的なもの
  - コバリミン
  - バイクオーティミン
  - クオーティミン
  - プロマックス **もっともポピュラー**
  - ジオミン

斜交回転

コバリミン	注3	} オブリミン基準に属するグループで、因子間相関がコバリミン<バイクオーティミン<クオーティミンの順となる。obliminと指定すると、デフォルトはクオーティミン回転。
バイクオーティミン	biquartimin	
クオーティミン	quartimin	
プロマックス	promax	バリマックス回転を2乗, 3乗, 4乗としてそれをターゲットにして回転
ジオミン (斜交)	geominQ	因子負荷量の幾何平均を最小化。

51

表7



# 初期解, 直交回転, 斜交回転の比較

因子分析を行う

- 回転させると負荷量が分散
- 斜交させると負荷量にメリハリが
  - 単純構造に近づく

表6

質問項目	初期解 (回転なし)		バリマックス		クオーティミン	
	因子1	因子2	因子1	因子2	因子1	因子2
	?	?	?	有用性	?	有用性
1. 将来役に立つ (q1)	.733	.513	.284	.849	-.004	.898
2. 知識が増えた (q2)	.606	.151	.397	.482	.276	.419
3. 他の授業に活かせる (q3)	.489	.340	.190	.564	-.001	.596
4. 興味深かった (q4)	.823	-.271	.823	.272	.862	.008
5. もっと知りたいと思った (q5)	.776	-.098	.682	.383	.651	.194
6. 面白かった (q6)	.829	-.344	.871	.217	.940	-.075
7. 説明が分かりやすかった (q7)	.511	-.074	.455	.244	.439	.116
8. 試験でいい点がとれそう (q8)	.418	-.049	.365	.209	.347	.108
9. 自分の理解レベルに合っていた (q9)	.459	.020	.357	.289	.305	.206

52

### 3. 因子分析を深く理解する

因子分析の深い理解

- 結果の詳細
- 因子分析の計算の考え方
- 回転の詳細
- 因子の解釈
- 変数の取捨選択

### 3.1 結果の詳細と因子分析の計算の考え方

因子分析の深い理解

	第2因子の因子負荷		共通性	独自性	
第1因子の因子負荷	MR1	MR2	h2	u2	com
国語	0.294	0.598	0.445	0.555	1.46
社会	0.065	0.512	0.267	0.733	1.03
英語	0.422	0.546	0.475	0.525	1.88
数学	0.827	0.169	0.712	0.288	1.08
理科	0.557	0.223	0.360	0.640	1.31

※共通性+独自性=1

複雑性  $\frac{(\sum \text{因子負荷}^2)^2}{\sum \text{因子負荷}^4}$

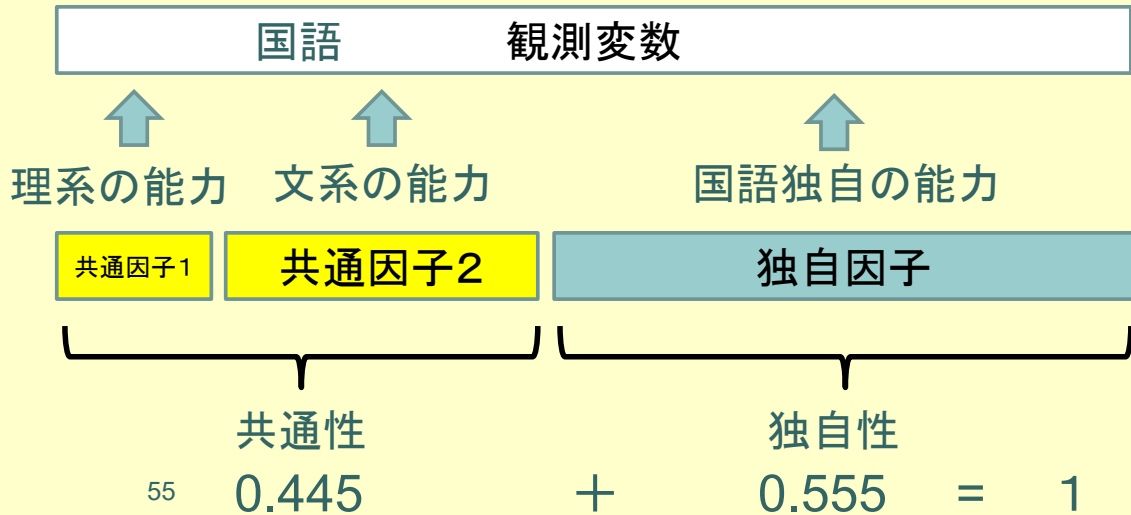
※1に近いほど単純構造

	負荷量の縦の二乗和		負荷量の横の二乗和	
	MR1	MR2		
SS loadings	1.263	0.997	因子寄与	※寄与率 = $\frac{\text{因子寄与}}{\text{観測変数の数}}$
Proportion Var	0.253	0.199	寄与率	
Cumulative Var	0.253	0.452	累積寄与率	※説明率 = $\frac{\text{因子寄与}}{\text{因子寄与の合計}}$
Proportion Explained	0.559	0.441	説明率	
Cumulative Proportion	0.559	1.000	累積説明率	

# 共通因子と独自因子

因子分析の深い理解

- 各観測変数は共通因子と独自因子の影響を受けている

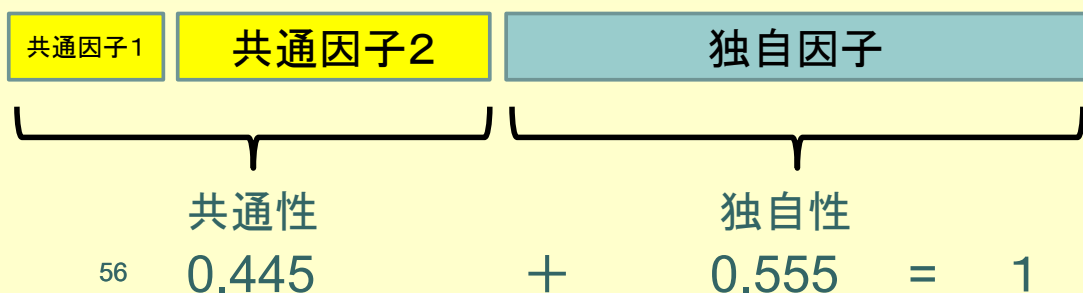


# 共通性と独自性

因子分析の深い理解

第1因子の因子負荷	第2因子の因子負荷		共通性	独自性	com
	MR1	MR2	h2	u2	
国語	0.294	0.598	0.445	0.555	1.46
社会	0.065	0.512	0.267	0.733	1.03
英語	0.422	0.546	0.475	0.525	1.88
数学	0.827	0.169	0.712	0.288	1.08
理科	0.557	0.223	0.360	0.640	1.31

※共通性+独自性=1



# 因子分析の計算の流れ

因子分析の深い理解

- 因子の抽出
  - 共通性を推定
    - 独立性(1 - 共通性)は誤差扱い
  - 共通性を各因子に分配
  - 変数間の布置は確定
- 因子軸の回転
  - 変数間の布置は動かない
  - 共通性(原点から変数までの距離)は変わらない

57

# 因子に分配

因子分析の深い理解

	第1因子の因子負荷	MR1	MR2	共通性	h2	u2	com	複雑性
国語	0.294	0.598	0.445	0.555	1.46			$\frac{(\sum \text{因子負荷}^2)^2}{\sum \text{因子負荷}^4}$ ※1に近いほど単純構造
社会	0.065	0.512	0.267	0.733	1.03			
英語	0.422	0.546	0.475	0.525	1.88			
数学	0.827	0.169	0.712	0.288	1.08			
理科	0.557	0.223	0.360	0.640	1.31			

共通性を因子に分配

$$0.445 \rightarrow 0.087 + 0.358$$

$$\rightarrow 0.294^2 + 0.598^2$$

複雑性 Hoffmanの指標

$$\frac{(0.294^2 + 0.598^2)^2}{0.294^4 + 0.598^4} = 1.46$$

58

# 因子寄与と寄与率

因子分析の深い理解

- 因子寄与
  - 因子ごとに観測変数で説明できる程度
  - 因子負荷量の(縦の)二乗和
  - 観測変数が多いと高くなる
- 寄与率
  - 因子寄与 ÷ 観測変数の数
- 説明率
  - 因子寄与 ÷ 因子寄与の合計

# 因子寄与, 説明率

因子分析の深い理解

	第 1 因子の因子負荷		第 2 因子の因子負荷		共通性	独自性	
	MR1	MR2	MR1	MR2	h2	u2	com
国語	0.294	0.598	0.445	0.555	1.46		
社会	0.065	0.512	0.267	0.733	1.03		
英語	0.422	0.546	0.475	0.525	1.88		
数学	0.827	0.169	0.712	0.288	1.08		
理科	0.557	0.223	0.360	0.640	1.31		

※ 共通性+独自性=1

複雑性  $\frac{(\sum \text{因子負荷}^2)^2}{\sum \text{因子負荷}^4}$

※ 1 に近いほど単純構造

	負荷量の縦の二乗和		負荷量の横の二乗和	
	MR1	MR2	MR1	MR2
SS loadings	1.263	0.997		
Proportion Var	0.253	0.199		
Cumulative Var	0.253	0.452		
Proportion Explained	0.559	0.441		
Cumulative Proportion	0.559	1.000		

因子寄与  
寄与率  
累積寄与率  
説明率  
累積説明率

※ 寄与率 =  $\frac{\text{因子寄与}}{\text{観測変数の数}}$

※ 説明率 =  $\frac{\text{因子寄与}}{\text{因子寄与の合計}}$



# 因子軸の回転と共通性

因子分析の深い理解

## ○ 因子の抽出

- 観測変数間の関係性が決まる
- 初期解

原点0

## ○ 回転によって関係性は変わらない。

● 1.将来役に立つ

● 3.他の授業に活かせる

● 2.知識が増えた

● 9.自分の理解レベルに合っていた

● 8.試験でいい点がとれそう

● 7.説明が分かりやすかった

● 5.もっと知りたいと思った

● 4.興味深かった

● 6.面白かった

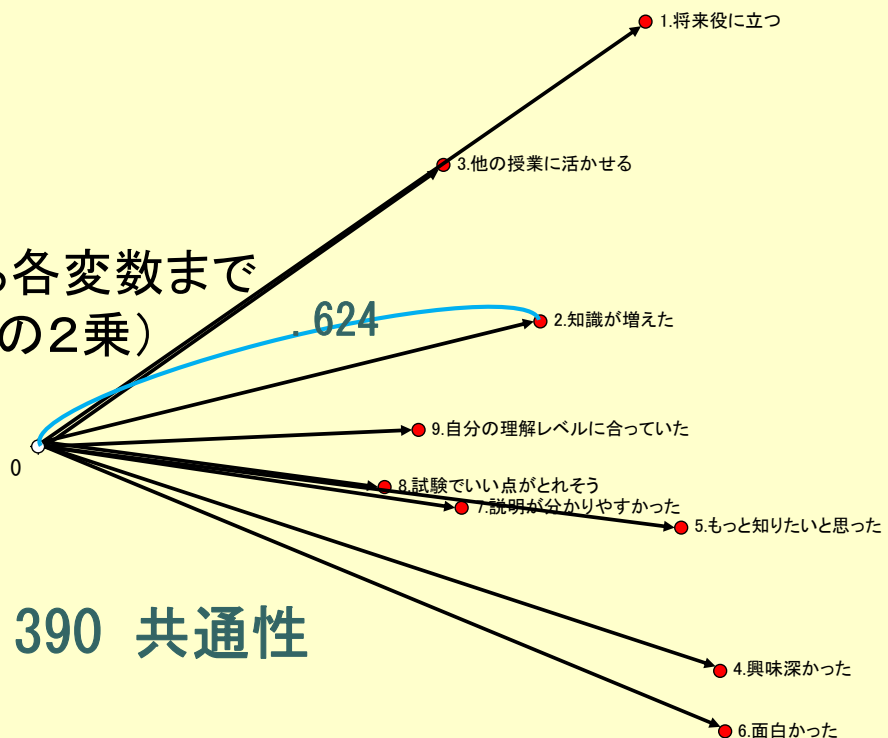


# 共通性も変わらない

因子分析の深い理解

## ○ 共通性

- 原点から各変数までの距離(の2乗)



$.624^2 = .390$  共通性

因子分析の深い理解

# 共通性は同じ

回転なし

	MR1	MR2	h2	u2	com
q1	0.733	0.513	0.801	0.199	1.79
q2	0.606	0.151	0.390	0.610	1.12
q3	0.489	0.340	0.354	0.646	1.78
q4	0.823	-0.271	0.751	0.249	1.21
q5	0.776	-0.098	0.612	0.388	1.03
q6	0.829	-0.344	0.805	0.195	1.33
q7	0.511	-0.074	0.266	0.734	1.04
q8	0.418	-0.049	0.177	0.823	1.03
q9	0.459	0.020	0.211	0.789	1.00

バリマックス回転

	MR1	MR2	h2	u2	com
q1	0.284	0.849	0.801	0.199	1.22
q2	0.397	0.482	0.390	0.610	1.93
q3	0.190	0.564	0.354	0.646	1.23
q4	0.823	0.272	0.751	0.249	1.22
q5	0.682	0.383	0.612	0.388	1.57
q6	0.871	0.217	0.805	0.195	1.12
q7	0.455	0.244	0.266	0.734	1.53
q8	0.365	0.209	0.177	0.823	1.59
q9	0.357	0.289	0.211	0.789	1.92

	MR1	MR2	h2	u2	com
q1	-0.004	0.898	0.801	0.199	1.00
q2	0.276	0.419	0.390	0.610	1.73
q3	-0.001	0.596	0.354	0.646	1.00
q4	0.862	0.008	0.751	0.249	1.00
q5	0.651	0.194	0.612	0.388	1.18
q6	0.940	-0.075	0.805	0.195	1.01
q7	0.439	0.116	0.266	0.734	1.14
q8	0.347	0.108	0.177	0.823	1.19
q9	0.305	0.206	0.211	0.789	1.76

クォーティミン回転

因子分析の深い理解

# 回転とは、共通の部分はどう分配するか

- 因子軸の回転によって分配が変わる

	MR1	MR2	h2	
回転なし	q2	0.606	0.151	0.390
バリマックス	q2	0.397	0.482	0.390
クォーティミン	q2	0.276	0.419	0.390

共通性は変わらない  
 $.624^2 = .390$  共通性

- 回転前(初期解) —
- バリマックス回転(直交回転) —
- クォーティミン回転(斜交回転) —

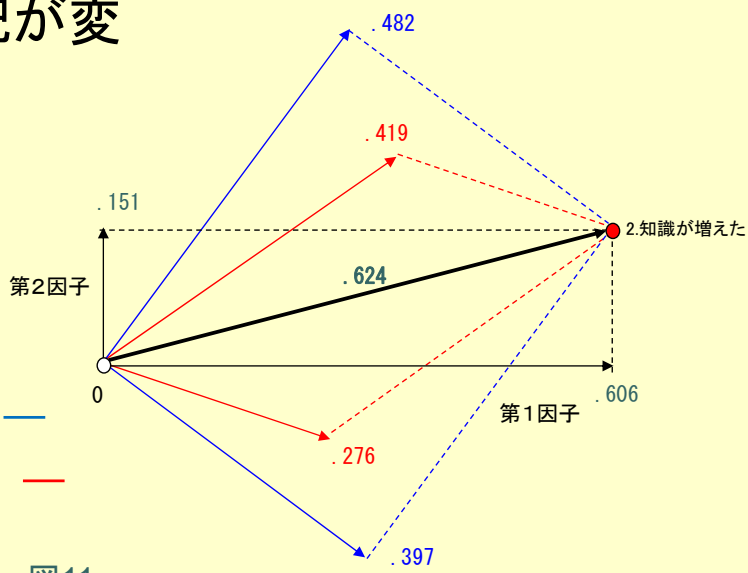


図11



因子分析の深い理解

# 因子間相関, 因子パターン, 因子構造

- 斜交回転の場合
  - 直交回転にはない出力がある
- 因子間相関
- 因子パターン(直交回転にもあり)
- 因子構造

65

図9



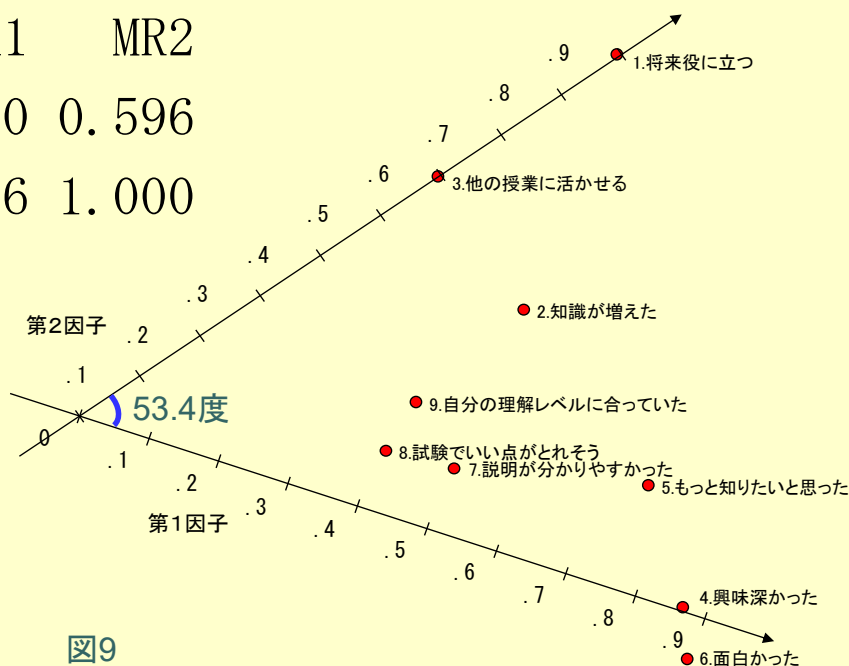
因子分析の深い理解

# 因子間相関

With factor correlations of

	MR1	MR2
MR1	1.000	0.596
MR2	0.596	1.000

因子1と因子2の間の相関 0.596  
 因子軸の交わる角度  $\cos^{-1}(0.596)=53.4$ 度



66

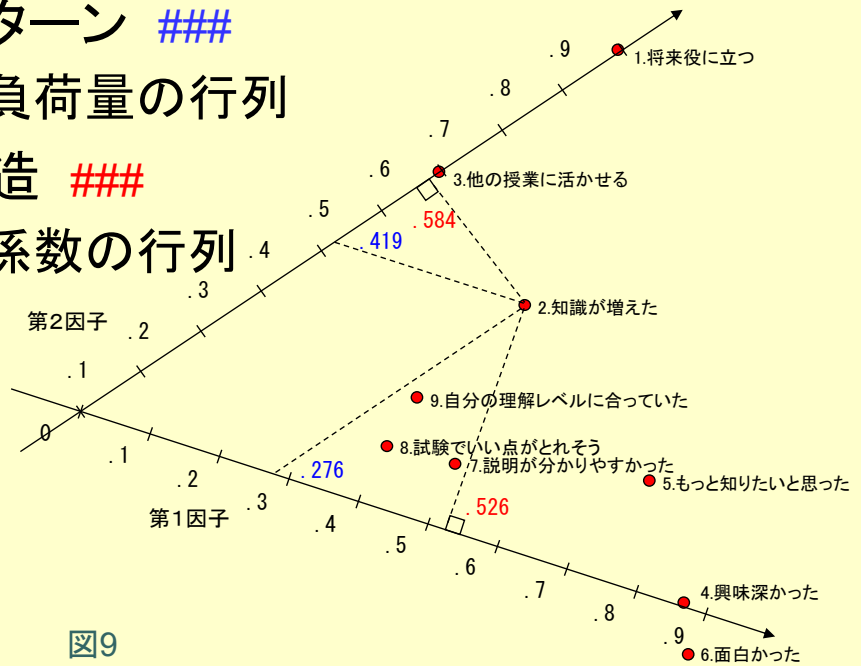
図9



# 因子パターンと因子構造

因子分析の深い理解

- 因子パターン ###
  - 因子負荷量の行列
- 因子構造 ###
  - 相関係数の行列



#因子構造の出力

図9



# 因子パターン(因子負荷量)と因子構造(相関係数)の比較

因子分析の深い理解

- 因子構造の値(絶対値)のほうが一般に大きい

$$-0.004 \times 1.000 + 0.898 \times 0.596$$

	MR1	MR2	h2	u2	com
q1	-0.004	0.898	0.801	0.199	1.00
q2	0.276	0.419	0.390	0.610	1.73
q3	-0.001	0.596	0.354	0.646	1.00
q4	0.862	0.008	0.751	0.249	1.00
q5	0.651	0.194	0.612	0.388	1.18
q6	0.940	-0.075	0.805	0.195	1.01
q7	0.439	0.116	0.26		
q8	0.347	0.108	0.17	MR1	1.000 0.596
q9	0.305	0.206	0.21	MR2	0.596 1.000

因子パターン

× 因子間相関 →

	MR1	MR2
q1	0.531	0.895
q2	0.526	0.581
q3	0.254	0.595
q4	0.862	0.008
q5	0.767	0.582
q6	0.895	0.485
q7	0.507	0.377
q8	0.412	0.315
q9	0.428	0.388

因子構造

$$-0.004 \times 0.596 + 0.898 \times 1.000$$

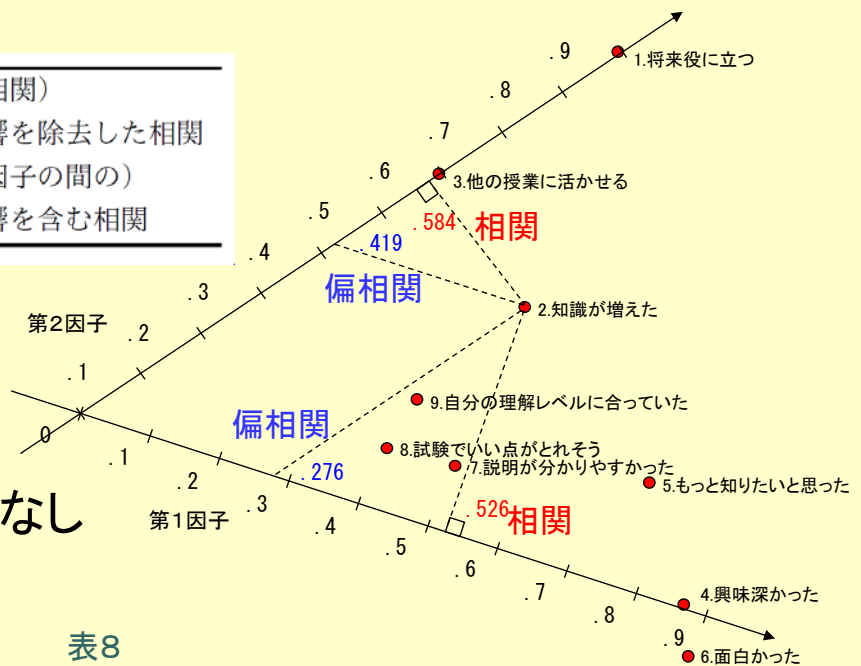
# 偏相関と相関の違い

因子分析の深い理解

因子パターン	偏相関（部分相関） 他の因子の影響を除去した相関
因子構造	相関（変数と因子の間の） 他の因子の影響を含む相関

## ○ 偏相関

- 他の軸と平行
- 他の軸の影響なし



69

表8

## 3.2 因子の解釈

因子分析の深い理解

- 因子負荷量の見方と因子名の決定
- 因子からの影響の数値の目安
  - 決まった値があるわけではない
  - 絶対値0.4とか0.5以上
  - データのばらつきによって違ってくる
  - 研究者によっても見解が違う

70

# 因子数3で分析したら

因子分析の深い理解

回転 質問項目	バリマックス			プロマックス		
	因子1 興味	因子2 有用性	因子3 理解	因子1 興味	因子2 有用性	因子3 理解
1. 将来役に立つ	.209	<b>.949</b>	.206	.027	<b>.986</b>	-.001
2. 知識が増えた	.248	<b>.411</b>	<b>.406</b>	.128	.358	.311
3. 他の授業に活かせる	.170	<b>.512</b>	.170	.069	<b>.495</b>	.063
4. 興味深かった	<b>.925</b>	.262	.235	<b>.963</b>	.074	-.014
5. もっと知りたいと思った	<b>.534</b>	.328	<b>.455</b>	<b>.460</b>	.158	.338
6. 面白かった	<b>.741</b>	.223	.394	<b>.722</b>	.047	.216
7. 説明が分かりやすかった	.260	.159	<b>.487</b>	.204	.065	.392
8. 試験でいい点がとれそう	.135	.100	<b>.537</b>	.017	-.026	<b>.586</b>
9. 自分の理解レベルに合っていた	.172	.209	<b>.442</b>	.048	.124	<b>.432</b>
因子間相関			因子1	1.00	.418	.460
			因子2		1.00	.408
			因子3			1.00

表9

71

#バリマックス回転とプロマックス回転でfa, fa.plot

# 因子間相関は？

因子分析の深い理解

- 相関の程度に因子(名)は適合しているか？

		因子1 興味	因子2 有用性	因子3 理解
因子1	興味	1.00	.418	.460
因子2	有用性		1.00	.408
因子3	理解			1.00

72

表9より



因子分析の深い理解

# 適合度や因子構造も

- 試行錯誤に分析を
  - 抽出法や回転の見直し
  - 適合度の検討
- 因子構造(相関係数)
  - 参考程度に

	因子 1	因子 2	因子 3
1. 将来役に立つ	.439	.997	.413
2. 知識が増えた	.421	.539	.516
3. 他の授業に活かせる	.305	.549	.297
4. 興味深かった	.987	.471	.459
5. もっと知りたいと思った	.682	.488	.614
6. 面白かった	.842	.437	.568
7. 説明が分かりやすかった	.412	.311	.512
8. 試験でいい点がとれそう	.275	.220	.583
9. 自分の理解レベルに合っていた	.299	.320	.504

73

表10



因子分析の深い理解

# 適合度

Mean item complexity = 1.4  
 Test of the hypothesis that 3 factors are sufficient.

The degrees of freedom for the null model are 36 and the objective function was 3.774 with Chi Square of 951.739

The degrees of freedom for the model are 12 and the objective function was 0.066

The root mean square of the residuals (RMSR) is 0.028

The df corrected root mean square of the residuals is

0.048

RMSR < .05

74



因子分析の深い理解

## 適合度

The harmonic number of observations is 257 with the empirical chi square 14.042 with prob < 0.298

X二乗  $p > .05$

The total number of observations was 257 with Likelihood Chi Square = 16.557 with prob < 0.167

X二乗  $p > .05$

Tucker Lewis Index of factoring reliability = 0.9849

TLI > .95 or .90

RMSEA index = 0.0401 and the 90 % confidence intervals are 0 0.0795

RMSEA < .05

BIC = -50.032 BIC 他と比較して低いほうがよい

Fit based upon off diagonal values = 0.995

75



因子分析の深い理解

## 因子得点の適合度

Measures of factor score adequacy

	ML2	ML1	ML3
Correlation of (regression) scores with factors	0.990	0.997	0.818
Multiple R square of scores with factors	0.979	0.995	0.668
Minimum correlation of possible factor scores	0.958	0.990	0.337

因子得点は推測値として計算されるため、その適合度を算出

76



因子分析の深い理解

## バイアスの排除

- 確証バイアスに陥りやすい
- 謙虚に因子負荷量を見る
  - 負荷量の大きな値だけを見ない
  - 負荷量の小さな値
    - ・ 関係ありそうな変数の負荷量が小さくなっていないか？
    - ・ 関係ないはずの変数が、ほんとうに低くなっているか？

77



因子分析の深い理解

## 解釈の専門的観点からの妥当性

- 表面的な共通部分を探るのではない
  - 潜在的に存在する因子は？
- 数学的な問題ではない
  - 専門的な知識の観点から
- 「解釈に王道なし」

78

# 因子分析の例1

因子分析の深い理解

1. あなたの大学生活について、下記の項目についてどの程度あてはまるか 1~5 の数字で回答してください

	←あてはまらない			あてはまる→	
1. 計画通りに単位を取得できている	1	2	3	4	5
2. 講義で学びたいことを学べている	1	2	3	4	5
3. 講義での学びが身に付いていない	1	2	3	4	5
4. 様々な分野について学べている	1	2	3	4	5
5. この大学を志望して入学した	1	2	3	4	5
6. 入学前に想像した通りの生活をできている	1	2	3	4	5
7. 目的を持たずに大学に入学した	1	2	3	4	5
8. 学校生活に自由を感じる	1	2	3	4	5
9. 熱中できる趣味がある	1	2	3	4	5
10. 趣味や趣向を共有できる人がいない	1	2	3	4	5
11. 得意なことを人に見せる機会がある	1	2	3	4	5
12. サークルや部活動などで満足のいく成果を得た	1	2	3	4	5
13. アルバイトなどで将来に役立つことが身に付いている	1	2	3	4	5

表A 1

因子分析の深い理解

質問項目	第一因子	第二因子	第三因子	第四因子	第五因子
	異性との交流	周囲への信頼感	生活の開放感	将来への期待感	趣味的活動での満足感
18. お互い尊敬し合える異性がいる	<b>.899</b>	.146	-.030	.033	.154
17. 一緒に食事をする異性がいる	<b>.884</b>	.045	.054	-.118	.107
19. 好きな異性がいる	<b>.591</b>	.126	-.013	.030	.087
20. 異性と話すのは気が引ける (R)	<b>.410</b>	.023	.084	.157	-.093
26. 頼りになる人がいる	.124	<b>.769</b>	.051	.125	.155
25. 悩みを共有できる人がいる	.189	<b>.671</b>	.105	.168	.118
24. 家族と良好な関係を築けている	-.002	<b>.647</b>	.183	.115	.099
28. 好きなものを食べることができている	.097	<b>.508</b>	.153	-.004	-.198
30. 自由に使える時間がある	.047	.202	<b>.599</b>	-.081	.095
6. 入学前に想像した通りの生活をできている	-.075	-.076	<b>.546</b>	.102	.286
8. 学校生活に自由を感じる	.047	.213	<b>.468</b>	-.035	.128
2. 講義で学びたいことを学べている	-.050	.079	<b>.466</b>	.257	.162
5. この大学を志望して入学した	.054	.087	<b>.398</b>	.120	-.010
29. 好きなファッションができています	.160	.196	<b>.319</b>	.119	-.040
14. 目標がなく、努力もしていない (R)	.091	.131	-.007	<b>.805</b>	.099
7. 目的を持たずに大学に入学した (R)	.061	.024	.004	<b>.653</b>	.007
16. 入学してから何も成長していない (R)	-.022	.090	.153	<b>.365</b>	.160
11. 得意なことを人に見せる機会がある	.066	.032	-.023	.019	<b>.730</b>
12. 部活動などで満足のいく成果を得た	.140	-.024	.166	.092	<b>.477</b>
9. 熱中できる趣味がある	-.071	.208	.125	.234	<b>.330</b>

表A 1

# 因子分析の例2

因子分析の深い理解

(2) SNSにおいて、あなた自身は下記のような書き込みをしますか？例示した文そのままの表現・内容ではなくても、同様の状況下において書き込む可能性があるかどうか、1.書き込まない～5.書き込む で回答してください。SNSの利用をしていない人は、自分が利用することを想定して回答してください。

(例)「今度演奏会があるので来てください！」

・・・この文の場合、「演奏会」に限らず、何かの競技・イベントなどの参加を呼びかけるために書き込んでいる状況だと想定して回答してください。

	←書き込まない		書き込む→		
1. 「明日暇な人あそびませんか？」	1	2	3	4	5
2. 「今度演奏会があるので来てください！」	1	2	3	4	5
3. 「来週のテスト範囲わかる人教えて！」	1	2	3	4	5
4. 「彼氏ができました！」	1	2	3	4	5
5. 「FAX ってどこでできますか？」	1	2	3	4	5
6. 「〇〇〇っていう映画みて泣いた。おすすめ！」	1	2	3	4	5

因子分析の深い理解

質問項目	第一因子 ストレス解消	第二因子 挨拶・独り言	第三因子 報告	第四因子 質問・誘い
頭痛いから薬飲んだ	.908	.008	-.105	-.074
結局寝れなくてオール。きついなー。	.856	-.004	.039	-.064
バイト憂鬱ー。はやく終わらないかなー？	.826	-.018	.000	-.081
課題が終わるまで寝れない…	.801	.092	-.073	.072
咳が止まらなくて苦しいー	.779	.049	-.002	-.021
最近いいことないなー	.676	.125	-.024	.037
あー、失敗した！	.627	.232	.046	-.038
今日はオールする！	.596	-.024	.221	.095
明日から学校かー。現実に戻りたくないなー	.566	.126	.201	-.047
今週中にレポート3つ書こよー。がんばる！	.508	-.042	.385	.057
電車が遅れてー。遅刻しそう！	.400	.235	.125	.094
何もすることないなー。誰かかまってー	.389	.111	-.141	.350
ねむい…	.100	.922	-.155	-.021
おなかすいたー	.031	.918	-.056	-.026
テンションあがってきた！	.048	.732	.046	.008
温泉いきたいなー	.039	.644	.231	-.039
はやく帰りたい	.306	.562	-.008	.014
眠れないなー	.452	.498	-.078	-.019
明日は早いのでもう寝ます。おやすみー	.341	.446	-.057	.075
今日は早起きしたよー！	.251	.386	.238	.002
こんな時間まで寝てしまったー。おはよう！	.315	.378	.139	.121
今日は〇〇ちゃんの誕生日会をしたよ！	-.095	-.132	.996	.003
全国大会金賞！嬉しくて涙がとまらなかった！	-.089	.006	.812	.111
今日から車校デビュー!!!	.410	-.254	.725	-.040
今日は幸せな1日でした！	-.008	.338	.612	-.144
今〇〇くんに会った！びっくり！	.066	.201	.553	-.030
〇〇〇っていう映画みて泣いた。おすすめ！	-.145	.378	.470	.052
買い物しようとしたけど財布忘れてた	.332	.158	.426	-.044
来週のテスト範囲わかる人教えて！	.108	-.114	-.039	.734
明日暇な人あそびませんかー？	.024	.042	-.160	.611
今度演奏会があるので来てください！	-.191	-.024	.265	.597
FAXってどこでできますか？	-.083	.064	.111	.577

表A 2

## 3.3 変数の取捨選択と分析の試行錯誤

因子分析の深い理解

親の接し方  
に対する回答

質問項目	因子数 2	
	1	2
1. 話は具体的にするように言われた	-.088	<b>.779</b>
2. お願いのときは理由をいうように言われた	.022	<b>.598</b>
3. 本を読むように言われた	.185	<b>.530</b>
4. キャンプに連れて行ってくれた	<b>.908</b>	.063
5. 博物館に連れて行って行ってくれた	<b>.611</b>	.079
6. いつも笑顔で接してくれた	<b>.373</b>	.032
7. みんなに親切だった	.287	.046
8. あまり注意されたことがない	-.121	-.153
RMSR	< .05	.095
適合度検定 (p 値)	> .05	.000
TLI	> .90or.95	.518
RMSEA	< .05	.152
BIC	lower	4.878
累積寄与率 (%)	higher	34.5

表 11

83

## 因子数を3にした

因子分析の深い理解

質問項目	因子数 3		
	1	2	3
1. 話は具体的にするように言われた	<b>.774</b>	-.057	-.059
2. お願いのときは理由をいうように言われた	<b>.609</b>	-.023	.155
3. 本を読むように言われた	<b>.531</b>	.226	-.015
4. キャンプに連れて行って行ってくれた	.044	<b>.815</b>	.277
5. 博物館に連れて行って行って行ってくれた	.068	<b>.683</b>	.043
6. いつも笑顔で接してくれた	.016	.133	<b>.802</b>
7. みんなに親切だった	.038	.081	<b>.652</b>
8. あまり注意されたことがない	-.151	-.084	-.144
RMSR	< .05	.022	
適合度検定 (p 値)	> .05	.559	
TLI	> .90or.95	1.017	
RMSEA	< .05	.000	
BIC	lower	-31.628	
累積寄与率 (%)	higher	46.2	

表 11

## 因子数を4にした

因子分析の深い理解

質問項目	因子数 4			
	1	2	3	4
1. 話は具体的にするように言われた	-.015	<b>.991</b>	-.076	.084
2. お願いのときは理由をいうように言われた	-.006	<b>.461</b>	.138	.267
3. 本を読むように言われた	.189	<b>.356</b>	-.070	<b>.546</b>
4. キャンプに連れて行ってくれた	<b>.965</b>	.003	.243	.063
5. 博物館に連れて行ってくれた	<b>.573</b>	.003	.041	.146
6. いつも笑顔で接してくれた	.155	.017	<b>.753</b>	.070
7. みんなに親切だった	.071	.019	<b>.683</b>	.107
8. あまり注意されたことがない	-.058	-.044	-.121	<b>-.315</b>
RMSR	< .05	.007		
適合度検定 (p 値)	> .05	.692		
TLI	> .90or.95	1.065		
RMSEA	< .05	.000		
BIC	lower	-9.969		
累積寄与率 (%)	higher	53.9		

表11

## 因子数3で項目をひとつ削除

因子分析の深い理解

質問項目	因子数 3		
	1	2	3
1. 話は具体的にするように言われた	<b>.801</b>	-.052	-.062
2. お願いのときは理由をいうように言われた	<b>.596</b>	-.013	.149
3. 本を読むように言われた	<b>.512</b>	.229	-.0023
4. キャンプに連れて行ってくれた	.039	<b>.823</b>	.269
5. 博物館に連れて行ってくれた	.061	<b>.681</b>	.036
6. いつも笑顔で接してくれた	.021	.140	<b>.808</b>
7. みんなに親切だった	.039	.089	<b>.645</b>

	因子数 2	因子数 3	因子数 4	(項目削除)
RMSR	.095	.022	.007	.009 < .05
適合度検定 (p 値)	.000	.559	.692	.719 > .05
TLI	.518	1.017	1.065	1.043 > .90or.95
RMSEA	.152	.000	.000	.000 < .05
BIC	4.878	-31.628	-9.969	-14.713 lower
累積寄与率 (%)	34.5	46.2	53.9	52.3 higher

表11



因子分析の深い理解

## 変数の削除

- 表面的な因子負荷量の値だけで判断しない
  - 専門的な観点からの検討が必要
- 抽出法, 回転も含めて検討

87



因子分析の深い理解

## 単純構造を目指すのが目的ではない

- 単純構造
  - 因子の解釈がしやすい
  - 尺度得点を使うには必要
- 因子の解釈だけなら
  - 単純構造でなくてもよい.
- 単純構造を目指すことが因子の解釈において生産的になっているか？
- 本来は
  - 複数の因子から影響を受けるから「潜在的因子」を探る

88

## 4. 因子分析の結果をどう使うか？

結果を  
どう使  
うか？

観測対象が因子をどの程度有しているのか？

- 個々の学生が持っている能力は？
  - 理系能力因子
  - 文系能力因子
- 個人がどの程度感じたか？
  - 有用性
  - 興味
  - 理解
- 尺度得点あるいは因子得点を使う。

89

### 4.1 尺度得点

結果を  
どう使  
うか？

- 因子に影響を受けている観測変数の値を単純に合計

因子	質問項目	回答	尺度得点
「有用性」因子	1. 将来役に立つ	4	12
	2. 知識が増えた	3	
	3. 他の授業に活かせる	5	
「興味」因子	4. 興味深かった	5	14
	5. もっと知りたいと思った	4	
	6. 面白かった	5	
「理解」因子	7. 説明が分かりやすかった	5	13
	8. 試験でいい点がとれそう	4	
	9. 自分の理解レベルに合っていた	4	

90

表12

# 尺度得点の長短

結果を  
どう使  
うか？

- 問題点
  - 因子に強く関わっている項目だけを当該の因子に関わる項目と切り分けてしまっているのか
  - 因子負荷の違いを考慮していない
- 利点
  - 何を出しているのかが明快
  - 計算が簡便

# 単純構造の基準は？

結果を  
どう使  
うか？

- 恣意的に基準を決めてしまいがち

回 転 質 問 項 目	バリマックス			プロマックス		
	因子 1	因子 2	因子 3	因子 1	因子 2	因子 3
	興味	有用性	理解	興味	有用性	理解
1. 将来役に立つ	.209	<b>.949</b>	.206	.027	<b>.986</b>	-.001
2. 知識が増えた	.248	<b>.411</b>	<b>.406</b>	.128	.358	<b>.311</b>
3. 他の授業に活かせる	.170	<b>.512</b>	.170	.069	<b>.495</b>	.063
4. 興味深かった	<b>.925</b>	.262	.235	<b>.963</b>	.074	-.014
5. もっと知りたいと思った	<b>.534</b>	.328	<b>.455</b>	<b>.460</b>	.158	.338
6. 面白かった	<b>.741</b>	.223	.394	<b>.722</b>	.047	.216
7. 説明が分かりやすかった	.260	.159	<b>.487</b>	.204	.065	<b>.392</b>
8. 試験でいい点がとれそう	.135	.100	<b>.537</b>	.017	-.026	<b>.586</b>
9. 自分の理解レベルに合っていた	.172	.209	<b>.442</b>	.048	.124	<b>.432</b>

**.40以上？**

**.35以上**

**.32?未満**



## 変数の確保と削除

結果を  
どう使  
うか？

- 変数の削除
  - 複数の因子に負荷が高い変数を削除
  - どの因子にも負荷が低い変数を削除
- 変数の確保
  - 変数がなくなってしまうのでは？
  - ひとつの因子に最低でも3つの変数を

93



## 4.2 因子得点

結果を  
どう使  
うか？

因子得点とは？

観測変数 = 第一因子の負荷量 × 第一因子得点 +  
第二因子の負荷量 × 第二因子得点 +  
… + 誤差(独自因子)

数学の点数 = 理系因子の負荷量 × 理系因子得点 + 共通因子  
文系因子の負荷量 × 文系因子得点  
+ 誤差(独自因子)

94

# 因子得点の算出

結果をどう使うか？

$$\text{点数} = \text{理系因子の負荷量} \times \text{理系因子得点} + \text{文系因子の負荷量} \times \text{文系因子得点} + \text{誤差(独自因子)}$$

科目	評価	標準化点数	理系因子	文系因子	独自因子(誤差)	因子負荷量	
			の部分	の部分	の部分	理系因子	文系因子
国語	3	-1.241	0.238	-0.359	-1.121	.294	.598
社会	3	0.167	0.053	-0.307	0.421	.065	.512
英語	4	-0.017	0.342	-0.328	-0.032	.422	.546
数学	5	0.937	0.671	-0.101	0.368	.827	.169
理科	5	0.670	0.452	-0.134	0.352	.557	.223
因子得点			.811	-.600			

95

因子スコアの計算 表13

# 因子得点, 因子負荷量, 観測変数の関係

結果をどう使うか？

科目	評価	標準化点数
国語	3	-1.241
社会	3	0.167
英語	4	-0.017
数学	5	0.937
理科	5	0.670

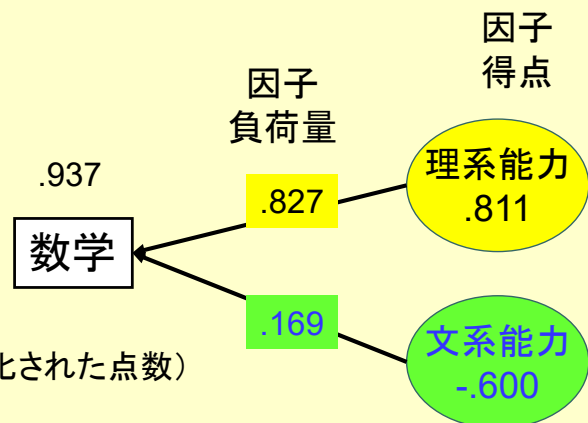


表13

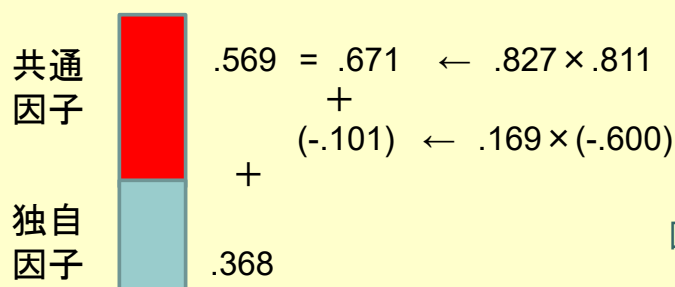


図12

96



結果を  
どう使  
うか？

## 因子得点の欠点

- 因子得点は一意に定めることができない
  - 推定するしかない
  - 真の値であるのかどうかの保証はない
  - まったくかけ離れているわけでもない

97



結果を  
どう使  
うか？

## 4.3 どちらを使うか？

- 質問紙の開発
  - 尺度得点
  - 開発後には因子分析をしないから
- テストの能力
  - その都度, 因子分析をすればよい

98



結果を  
どう使  
うか？

## 質問紙の開発では

- 尺度得点を使う
- 研究の流れ
  - 項目吟味・・・因子分析
  - 質問紙の完成
  - 質問紙の利用

単純構造  
が必要



繰り返す



結果を  
どう使  
うか？

## 試験を解く能力因子は

- 試験は毎回問題が異なる
- 共通因子に影響を受ける問題の分析は毎回因子分析が必要
- 尺度得点でも因子得点でも使える

結果を  
どう使  
うか？

## 尺度 得点で

質問項目	第一因子	第二因子	第三因子	第四因子	第五因子
	異性との 交流	周囲への 信頼感	生活の 開放感	将来への 期待感	趣味的活動 での 満足感
18. お互い尊敬し合える異性がいる	.899	.146	-.030	.033	.154
17. 一緒に食事をする異性がいる	.884	.045	.054	-.118	.107
19. 好きな異性がいる	.591	.126	-.013	.030	.087
20. 異性と話すのは気が引ける (R)	.410	.023	.084	.157	-.093
26. 頼りになる人がいる	.124	.769	.051	.125	.155
25. 悩みを共有できる人がいる	.189	.671	.105	.168	.118
24. 家族と良好な関係を築けている	-.002	.647	.183	.115	.099
28. 好きなものを食べることができている	.097	.508	.153	-.004	-.198
30. 自由に使える時間がある	.047	.202	.599	-.081	.095
6. 入学前に想像した通りの生活をできている	-.075	-.076	.546	.102	.286
8. 学校生活に自由を感じる	.047	.213	.468	-.035	.128
2. 講義で学びたいことを学べている	-.050	.079	.466	.257	.162
5. この大学を志望して入学した	.054	.087	.398	.120	-.010
29. 好きなファッションができています	.160	.196	.319	.119	-.040
14. 目標がなく、努力もしていない (R)	.091	.131	-.007	.805	.099
7. 目的を持たずに大学に入学した (R)	.061	.024	.004	.653	.007
16. 入学してから何も成長していない (R)	-.022	.090	.153	.365	.160
11. 得意なことを人に見せる機会がある	.066	.032	-.023	.019	.730
12. 部活動などで満足のいく成果を得た	.140	-.024	.166	.092	.477
9. 熱中できる趣味がある	-.071	.208	.125	.234	.330

101

結果を  
どう使  
うか？

## 因子得点で

質問項目	第一因子	第二因子	第三因子	第四因子
	ストレ ス解消	挨拶・ 独り言	報告	質問・ 誘い
頭痛いから薬飲んだ	.908	.008	-.105	-.074
結局寝れなくてオール。きついなー。	.856	-.004	.039	-.064
バイト憂鬱ー。はやく終わらないかなー？	.826	-.018	.000	-.081
課題が終わるまで寝れない…	.801	.092	-.073	.072
咳が止まらなくて苦しいー	.779	.049	-.002	-.021
最近いいことないなー	.676	.125	-.024	.037
あー、失敗した！	.627	.232	.046	-.038
今日はオールする！	.596	-.024	.221	.095
明日から学校かー。現実に戻りたくないなー	.566	.126	.201	-.047
今週中にレポート3つ書くよー。がんばる！	.508	-.042	.385	.057
電車が遅れてるー。遅刻しそう！	.400	.235	.125	.094
何もすることないなー。誰かかまってー	.389	.111	-.141	.350
ねむい…	.100	.922	-.155	-.021
おなかすいたー	.031	.918	-.056	-.026
テンションあがってきた！	.048	.732	.046	.008
温泉いきたいなー	.039	.644	.231	-.039
はやく帰りたい	.306	.562	-.008	.014
眠れないなー	.452	.498	-.078	-.019
明日は早いのでもう寝ます。おやすみー	.341	.446	-.057	.075
今日は早起きしたよー！	.251	.386	.238	.002
こんな時間まで寝てしまったー。おはよう！	.315	.378	.139	.121
今日は〇〇ちゃんの誕生日会をしたよ！	-.095	-.132	.996	.003
全国大会金賞！嬉しくて涙がとまらなかった！	-.089	.006	.812	.111
今日から車校デビュー!!!	.410	-.254	.725	-.040
今日は幸せな1日でした！	-.008	.338	.612	-.144
今〇〇くんに会った！びっくり！	.066	.201	.553	-.030
〇〇〇っていう映画みて泣いた。おすすめ！	-.145	.378	.470	.052
買い物しようとしたけど財布忘れてた	.332	.158	.426	-.044
来週のテスト範囲わかる人教えて！	.108	-.114	-.039	.734
明日暇な人あそびませんかー？	.024	.042	-.160	.611
今度演奏会があるので来てください！	-.191	-.024	.265	.597
FAXってどこでできますか？	-.083	.064	.111	.577

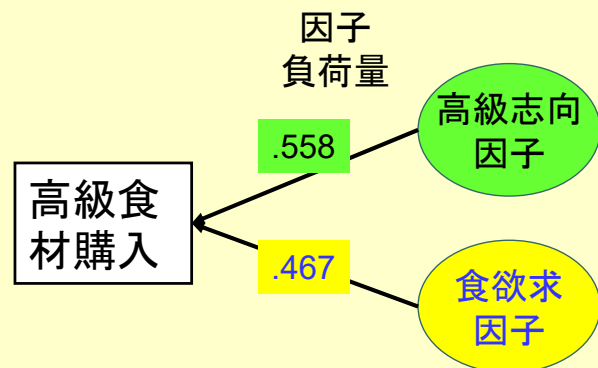
102



結果を  
どう使  
うか？

## 複数の因子に負荷量が高いことはある

- 行動や自然現象
  - 変更が難しい



- 質問紙の場合
  - ワーディングなどである程度工夫可能

図13



他の分析  
との違い

## 5. 他の分析との違い

- 因子分析は多変量解析のひとつの手法
- 他の分析のほうがいいこともある
  
- 主成分分析
- 共分散構造分析



# 5.1 主成分分析との違い

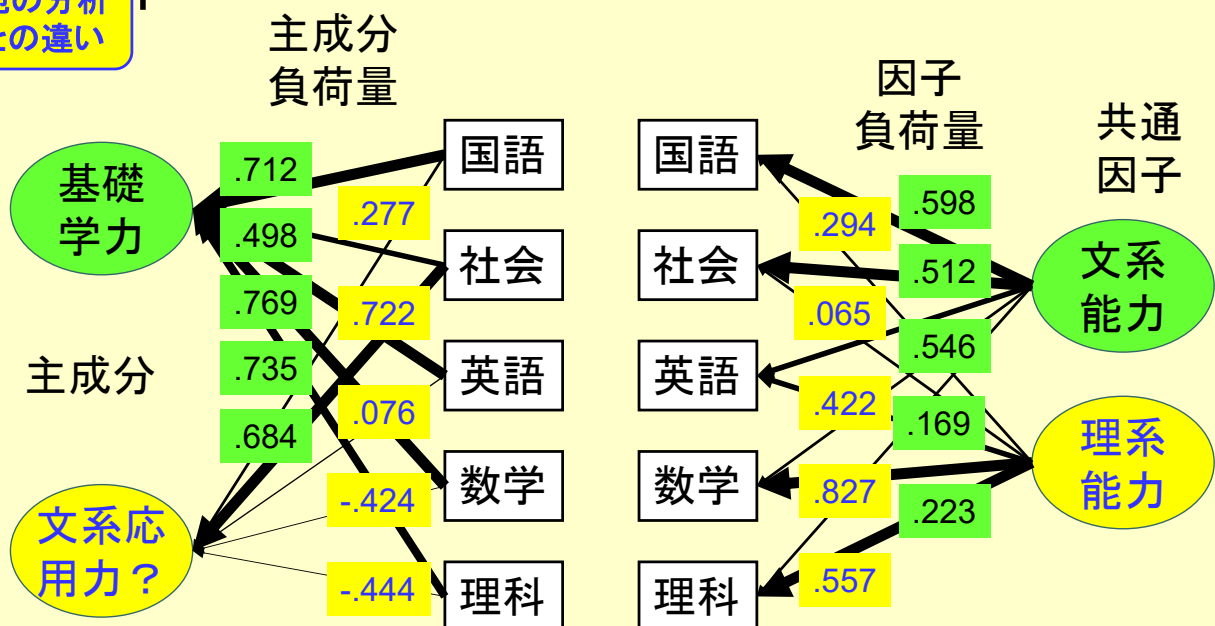
他の分析との違い

- 主成分分析
  - 観測変数から合成変数を作る
  - できる限り共通の成分を取り出す
- 因子分析
  - 観測変数に影響を与えている因子を取り出す
  - 共通部分を因子に分けていく



# 因子分析と主成分分析の違い

他の分析との違い





他の分析  
との違い

## 5.2 共分散構造分析との違い

- 因子分析
  - 共通因子がわからないので, 探る
- 実際にはある程度わかっている
  - わかっている因子を含んだモデルを作って, データに適合するかどうかを検討しては?

107



他の分析  
との違い

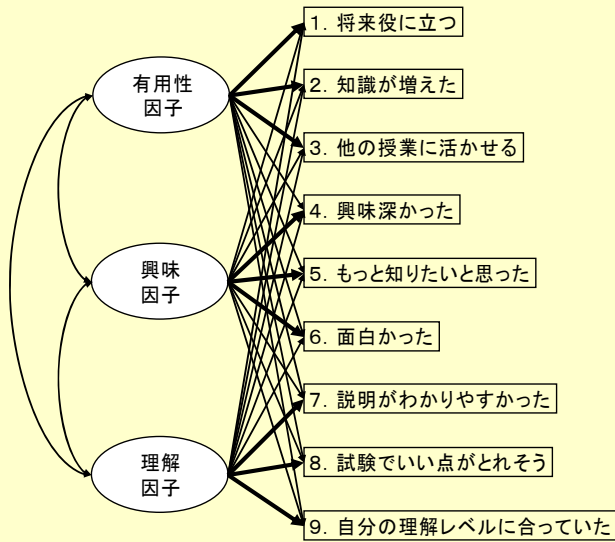
## 検証的因子分析(確認的因子分析)

- 検証的因子分析
  - あらかじめ, どの項目がどの因子に関わっているのかを仮説を立て, それを検証
- 探索的因子分析(ここまで説明してきた)
  - どのような共通因子が存在しているのかを探ることが目的

108

# 探索的因子分析と検証的因子分析の違い

他の分析との違い



109

探索的因子分析

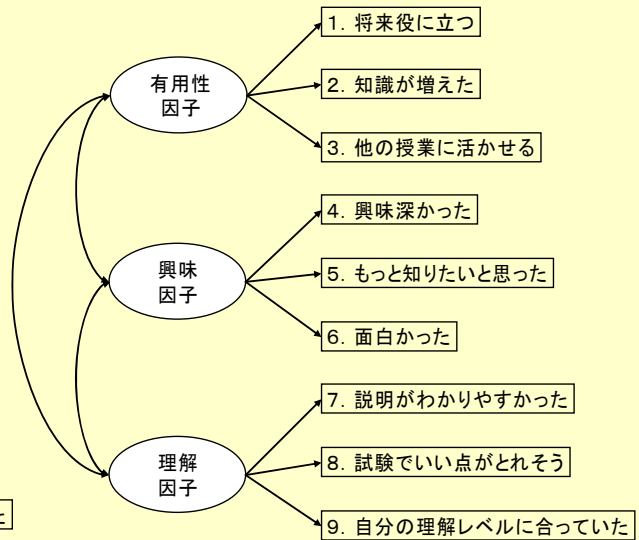


図15, 16

検証的因子分析

# 探索的因子分析と検証的因子分析の分析上の違い

他の分析との違い

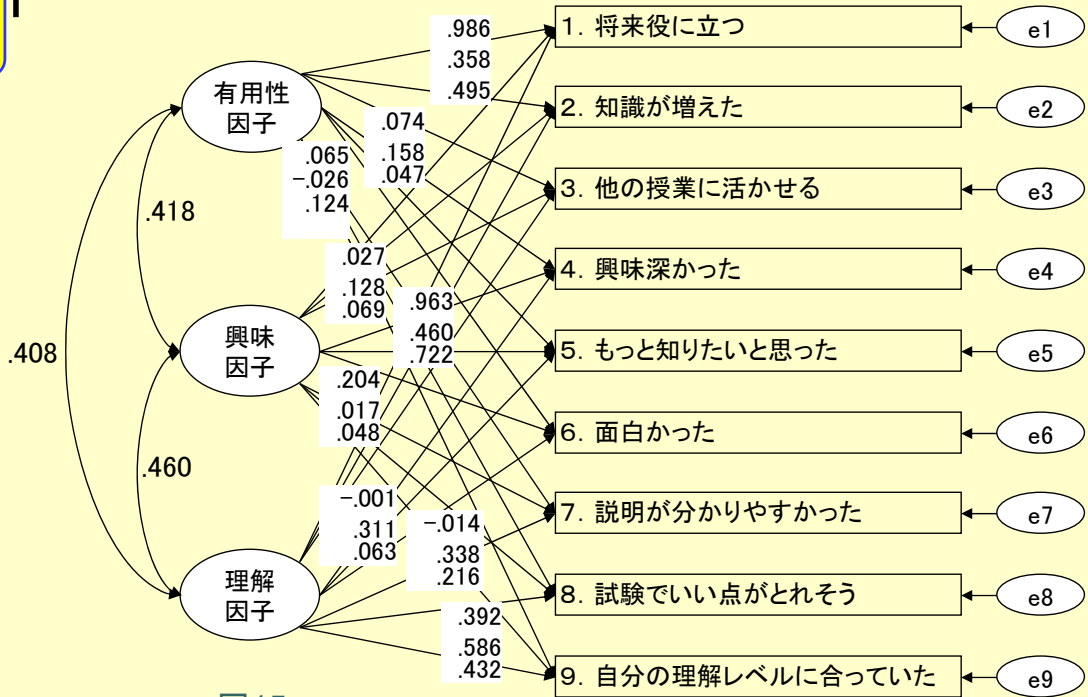
	探索的因子分析	検証的因子分析
因子抽出法	指定する	—
因子の数	指定する	仮説に基づいて指定する
観測変数と因子との関わり (パス)	指定しない	仮説に基づいて指定する
因子軸の回転	指定する	—

表14



# 探索的因子分析

他の分析との違い

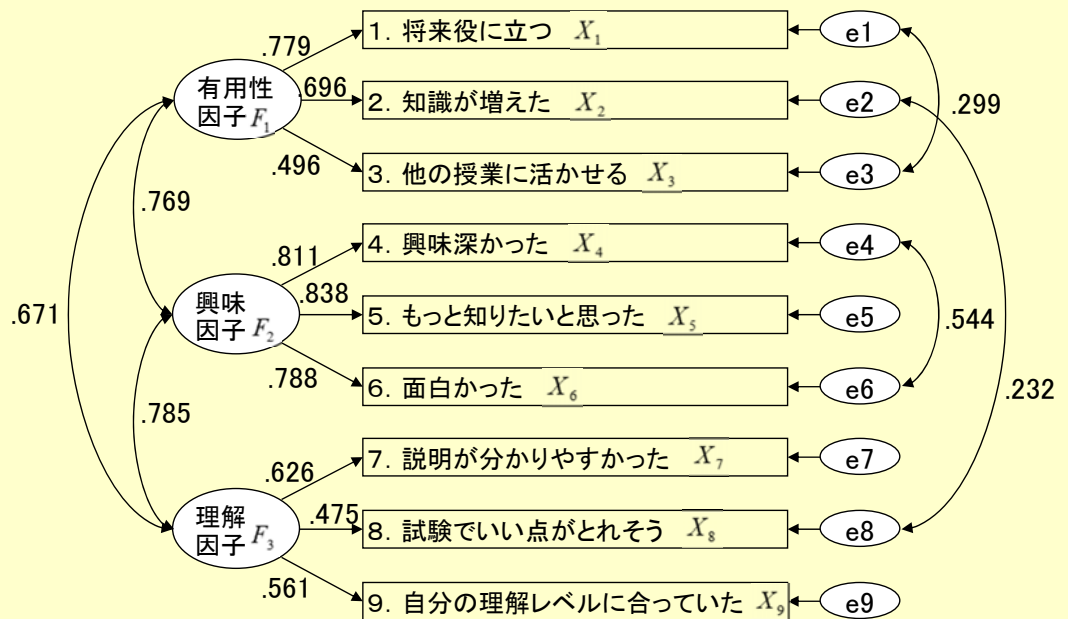


111 図15



# 検証的因子分析

他の分析との違い



112 図15



他の分析  
との違い

## 使い分けが

### 疾患

- どのような臓器が関わっているのか？
  - 探索的因子分析

### 質問紙の開発過程

- 項目吟味
  - 探索的因子分析
- 質問紙の検証(開発の最終段階)
  - 検証的因子分析

113



他の分析  
との違い

## 共分散構造分析

- 仮説モデルを設定
  - 変数間の関係性を自由に設定
- モデルがうまく当てはまるかどうかを検証
  - 変数間の共分散を仮定したモデルにしたがって計算
  - 実際のデータ(観測変数のデータ)から計算される共分散にうまく適合しているかどうか検証

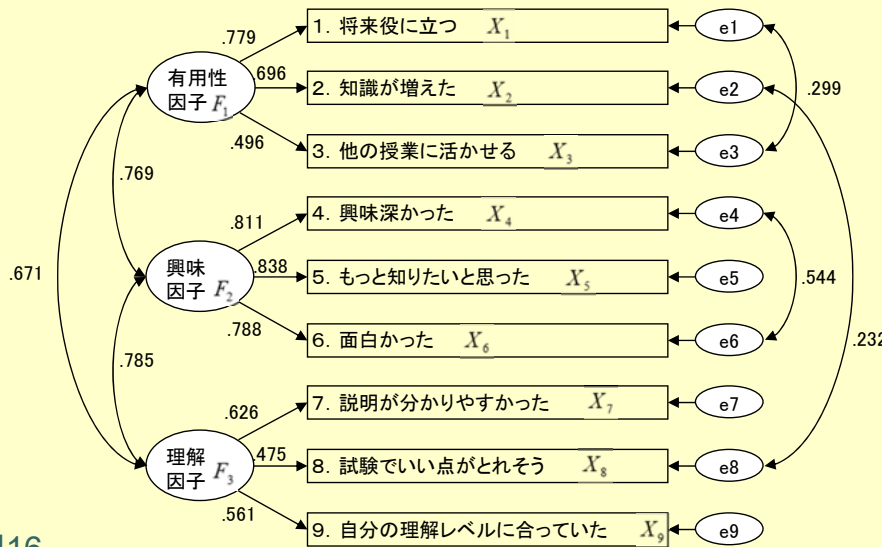
114

# 構造方程式モデリング

(Structural Equation Modeling ; SEM)

他の分析との違い

## ○ 関係性は式で定義



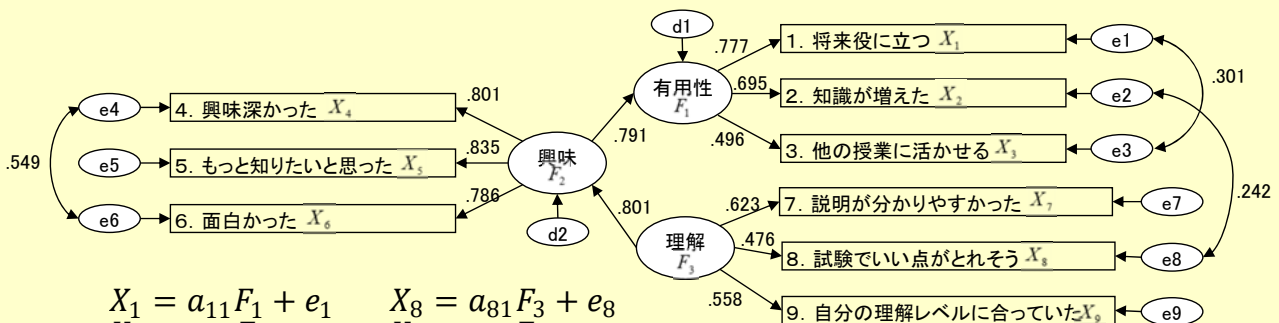
$$\begin{aligned} X_1 &= a_{11}F_1 + e_1 \\ X_2 &= a_{21}F_1 + e_2 \\ X_3 &= a_{31}F_1 + e_3 \\ X_4 &= a_{41}F_2 + e_4 \\ X_5 &= a_{51}F_2 + e_5 \\ X_6 &= a_{61}F_2 + e_6 \\ X_7 &= a_{71}F_3 + e_7 \\ X_8 &= a_{81}F_3 + e_8 \\ X_9 &= a_{91}F_3 + e_9 \\ Cov(F_1, F_2) &= b_{12} \\ Cov(F_2, F_3) &= b_{23} \\ Cov(F_3, F_1) &= b_{31} \\ Cov(e_1, e_3) &= \varphi_{13} \\ Cov(e_2, e_8) &= \varphi_{28} \\ Cov(e_4, e_6) &= \varphi_{46} \end{aligned}$$

図 16

115

# 多重指標モデル

他の分析との違い



$$\begin{aligned} X_1 &= a_{11}F_1 + e_1 & X_8 &= a_{81}F_3 + e_8 \\ X_2 &= a_{21}F_1 + e_2 & X_9 &= a_{91}F_3 + e_9 \\ X_3 &= a_{31}F_1 + e_3 & F_1 &= b_{12}F_2 + d_1 \\ X_4 &= a_{41}F_2 + e_4 & F_2 &= b_{23}F_3 + d_2 \\ X_5 &= a_{51}F_2 + e_5 & Cov(e_1, e_3) &= \varphi_{13} \\ X_6 &= a_{61}F_2 + e_6 & Cov(e_2, e_8) &= \varphi_{28} \\ X_7 &= a_{71}F_3 + e_7 & Cov(e_4, e_6) &= \varphi_{46} \end{aligned}$$

図 17

116



他の分析  
との違い

## 因子分析の役割は？

- 最初からうまくモデルは作れない
- 探索的に因子分析を行ってモデル化が必要

117



因子分  
析を過  
信しない

## 6. 因子分析を過信しない

- 多変量解析には威光効果がある
  - 因子分析をしたというだけで結果が権威づけられてしまう.
  - 数量化されているので、客観的だと思ってしまう.

118



## 6.1 変数がすべてを決める

因子分析を過信しない

- 因子分析は、取り上げた観測変数で測定された世界だけの話
- 取り上げた観測変数が妥当であるかどうか保証されていない
- 因子分析を行うと、妥当性が保証されているかの誤解を生んでしまう。

119



## 観測変数の妥当性の判断は？

因子分析を過信しない

因子4の観測変数が少なかつただけでは？

- 項目10は削除してよいのか？

項目と因子数	10 項目 3 因子抽出*			12 項目 4 因子抽出			
	因子 1	因子 2	因子 3	因子 1	因子 2	因子 3	因子 4
質問項目	興味	有用性	理解？	興味	有用性	理解	教材準備？
1. 将来役に立つ	.252	<b>.936</b>	.237	.217	<b>.904</b>	.219	.036
2. 知識が増えた	.213	.393	<b>.440</b>	.240	<b>.420</b>	<b>.404</b>	-.024
3. 他の授業に活かせる	.191	<b>.492</b>	.200	.173	<b>.536</b>	.164	-.043
4. 興味深かった	<b>.882</b>	.199	.354	<b>.903</b>	.272	.233	.013
5. もっと知りたいと思った	<b>.508</b>	.289	<b>.505</b>	<b>.535</b>	.335	<b>.443</b>	.065
6. 面白かった	<b>.713</b>	.167	<b>.473</b>	<b>.755</b>	.223	.376	.015
7. 説明が分かりやすかった	.218	.136	<b>.516</b>	.294	.160	<b>.452</b>	-.036
8. 試験でいい点がとれそう	.052	.089	<b>.564</b>	.117	.092	<b>.563</b>	-.007
9. 自分の理解レベルに合っていた	.147	.196	<b>.443</b>	.174	.211	<b>.437</b>	.066
10. ホームページは役立った	.103	.056	-.003	.077	.059	-.019	<b>.916</b>
11. 架空の項目				.038	-.041	-.040	.342
12. 架空の項目				-.074	.011	.080	<b>.440</b>

120

表15

# 実際に調べたい世界を観測変数が反映しているのか？

因子分析を過信しない

観測変数	因子 A	因子 B	因子 C	因子 D	因子 E
1	.624	.163	.176	.145	.195
2	.112	.898	.179	.025	.268
3	.190	.561	.334	.165	.355
4	.360	.300	.316	.156	.174
5	.112	.117	.072	.651	.103
6	.113	-.025	-.011	.756	-.116
7	.044	.087	.341	.660	.055
8	.029	.257	.394	.054	.463
9	.169	.170	.062	-.099	.571
10	.133	.245	.153	.064	.842
11	.039	.097	-.075	.120	.070
(12)	.513	.255	.187	.038	.135
(13)	.779	.268	.192	.034	.224

表16

121

因子分析

調べたい対象世界

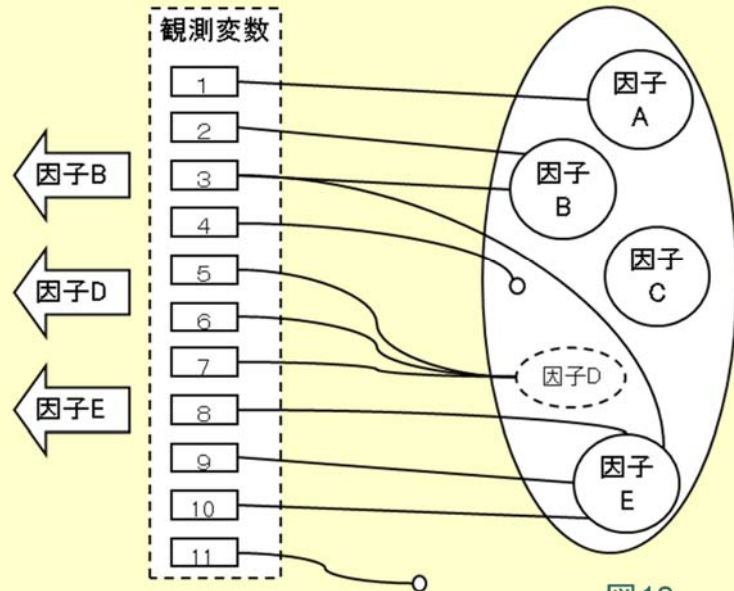


図18

# 因子の解釈は妥当なのか？

因子分析を過信しない

- あらかじめ想定した枠組みで因子を解釈しやすい
- 確証バイアス的な判断がなされてしまう



因子分析を過信しない

## 6.2 統計だけ厳密ではダメ

- 統計は客観的？
- 数量化した後の統計的な処理の部分が客観的に表現可能であるというだけ

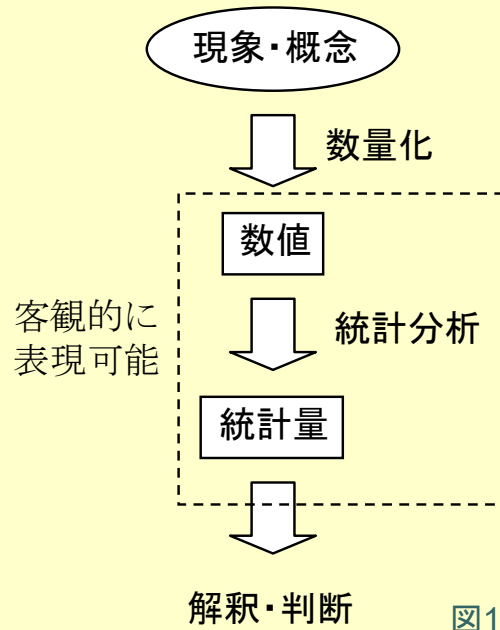


図19